Cuadernos de Nivelación en Física

CNF Nº 8

Computadora Analógica Newtoniana

Física 2017

Dr. Ángel Horacio Rodríguez
Dra. Silvia Miscoria

Cuaderno de nivelación en Física N°8 – Especial

COMPUTADORA ANALÓGICA NEWTONIANA

Los Diagramas de Equilibrio tienen muchas más aplicaciones de las que piensas ahora.

Hace tiempo, vi un aparato muy simple capaz de resolver un problema de interés práctico, y de manera muy rápida y económica.

El problema es el siguiente... se lo conoce como el Problema del Distribuidor o del turista, según la historia que se use para contar el problema.

En el caso del turista, se trata de alguien que planea viajar a España para conocer sus castillos más importantes.

Para ello debe visitar varias ciudades, y solo para simplificar en nuestro caso, digamos que visitará solo 3 ciudades y las llamaremos **A, B** y **C**.

La idea se verá igual, para 4, 5 o más ciudades.

Y el problema es... ¡Atención!: Encontrar una cuarta ciudad **X** que esté en una posición tal que las distancias sumadas desde **X** hacia **A, B, C** sea mínimas.

¿Pero, por qué nuestro turista pretende algo así?

Lo que pasa es que, piensa alquilar una habitación en un hotel de la ciudad **X**, dejar todos sus bártulos allí, alquilar un coche y salir a conocer empleando el menor tiempo posible en los traslados hacia **A, B** o **C**.

¡Ah!, entiendo el propósito del turista.

Desea aprovechar el tiempo al máximo en aquello que desea hacer, visitar castillos y quiere minimizar los recorridos.

Él piensa: si mi base de operaciones está en **X**, un día visito **A**, al día siguiente **B** y al tercer día **C** y si las distancias sumadas de los caminos desde **X** hasta **A**, **B** y **C**, y digamos que llamamos L_S a la suma de los segmentos **XA**, **XB** y **XC**, así ...

$$L_S = XA+XB+XC$$

Entonces si L_S es la menor posible, habré ahorrado combustible, y el tiempo me rendirá más para mis visitas y habré perdido menos tiempo en la ruta viajando.

¿Cómo vamos a resolver nuestro problema?, de encontrar la ubicación de la ciudad **X** ... pues, ¡con una genial Computadora Analógica!

¡Ah!, no me creen, ya van a verlo con sus propios ojos, "ojos de águila" por supuesto.

Manos a la obra y construyamos el aparato ... digo la Computadora.

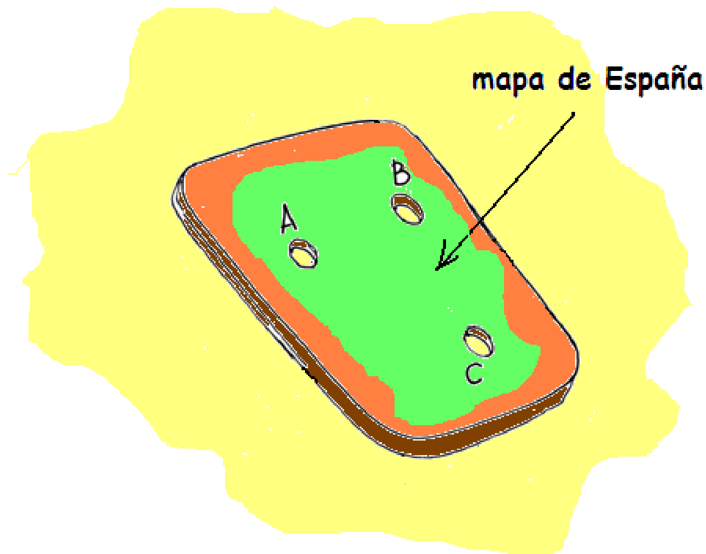
Esencialmente es una madera de un buen tamaño, digamos 1m x 1m x 0,5cm ... o algo que sirva a nuestro propósito, como se verá.

Sobre la placa de madera, hemos pegado un mapa geográfico, político y rutero de la región que nos interesa.

Luego marcamos las ciudades que nos interesan **A**, **B** y **C**, y con mucho cuidado hacemos unos agujeros allí de unos 4 o 5 mm de diámetro.

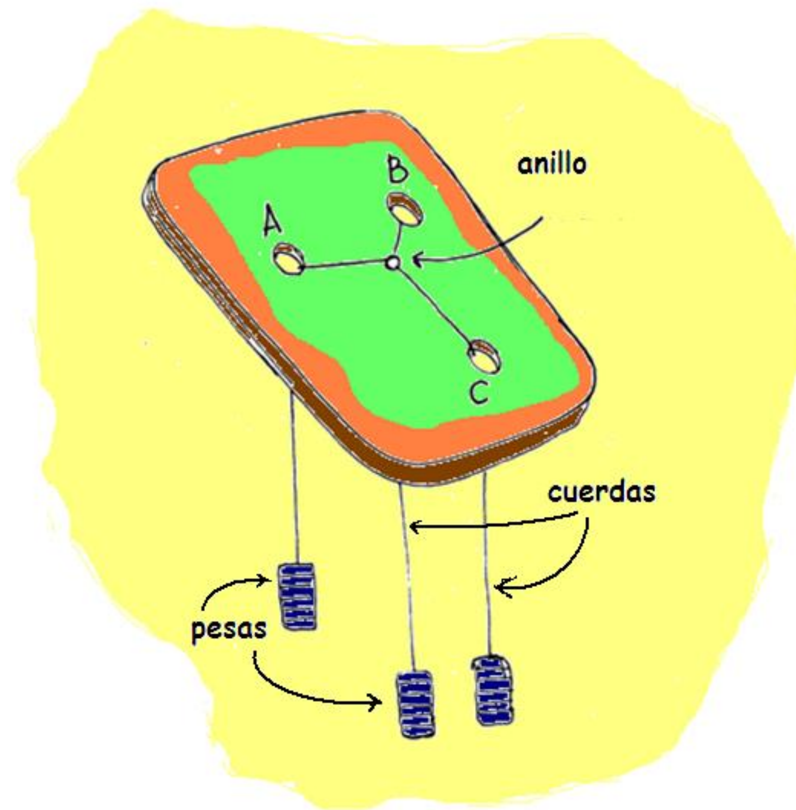
Pero una vez que "vean" el aparato funcionando podrán elegir sus propios materiales y dimensiones de todo.

Acá está la máquina ...



En la Universidad de Buenos Aires funcionó entre 1961 y 1971, la primera computadora científica Argentina, y la llamaron la Clementina. Bueno, a nuestra computadora analógica... la vamos a llamar... la Torcuata.

El dibujo te explica todo, no importan la longitud de los hilos, pero sí ... **que las pesas sean todas iguales.**



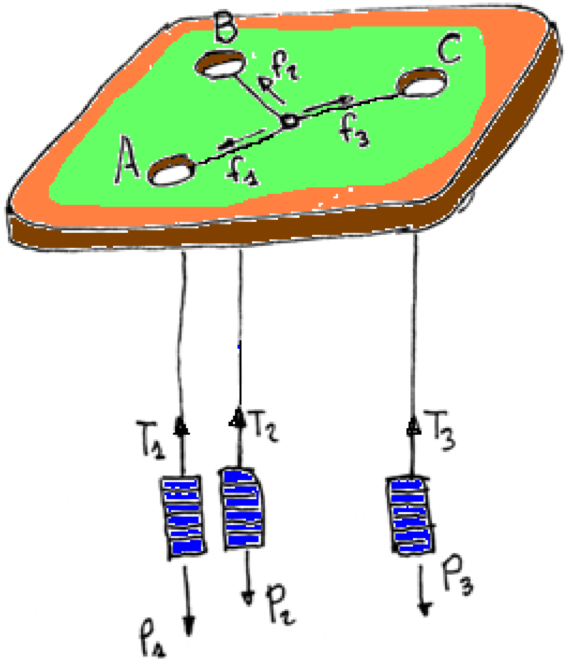
En eso radica su capacidad para resolver nuestro problema.

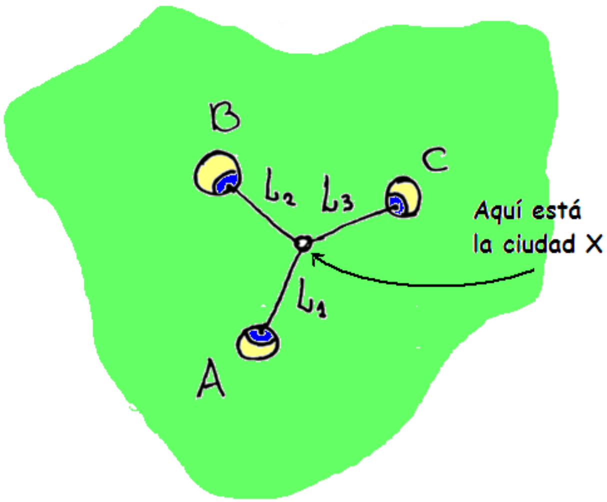
Aquí la tienes lista para funcionar ... es una maravilla.

Solo tengo que levantarla, ponerla horizontal y dejar que las fuerzas ejercidas por las pesas se equilibren sobre la tabla ... listo.

La posición del nudo, sobre el mapa, es la ubicación de la ciudad **X** buscada.

Mira los dibujos...





Así de simple ... eso es todo ...

Me sorprendiste, Alberto.

Sí, es verdad lo que afirmas, cosa que tendrás que aclararnos, porque no estoy convencido.

Te concedo, que en el caso que sea como dices, lo primero que se me ocurre pensar, es que, si quisiera usar una PC para resolver este problema, tendría que hacer un programa, o emplear un software que seguramente tendrá muchas ecuaciones y tendría que programar muchos cálculos complejos.

¡Eso me tomaría muchas horas, sino un día completo!

Acuerdo contigo Juan, ¿Qué locura?, armar esta cosa, perdón la Torcuata y obtener la solución al problema en un rato nomás.

Y si, encontrar la solución con una PC resultaría más complicado.

Pensar que la PC es mejor que el cerebro, es un gran error.

Eso es así de claro, la imaginación que brilla en tu cerebro te llevará al futuro. La Ciencia y la Tecnología actual solo pueden llevarte a donde estás ahora y nada más. Que no te confundan las luces del marketing y los adictos a lo último en "tecno".

Pero miremos mejor a la Torcuata, notemos que hemos usado las Leyes de Newton, en un montaje especial, y pudimos dar con la respuesta a un problema difícil de encarar con papel y lápiz, e incluso con una PC.

Para aquellos que tienen idea de un programa o software para una computadora, tenemos que los agujeros en la madera, hacen las veces de los "datos de entrada", y las fuerzas al equilibrarse en el anillo corresponden al "programa" o software, que al colocar la madera horizontal "corre" y llega al resultado con el equilibrio de las fuerzas.

Eso es una Computadora Analógica, se trata de un sistema físico que al funcionar alcanza, un estado de equilibrio que se puede interpretar como la solución a un interrogante particular.

Lo de analógica viene porque funciona con los procesos físicos directamente, correr el programa es dejar que la Física haga lo suyo. Distinto es en una PC que es digital, no analógica, donde el software procede por algoritmos matemáticos binarios, que emplean solo unos y ceros.

La Torcuata... para un conjunto de agujeros dado, alcanza su equilibrio cuando sobre el nudo se establece el Diagrama de Cuerpo Libre para fuerzas iguales. Fíjate que de cada hilo cuelgan el mismo número de pesas.

El punto X así obtenido tiene la interesante propiedad de que **la longitud total de los segmentos de cuerda, sobre el mapa, tienen la mínima longitud posible.**

Es decir, representan el camino más corto para ir desde la posición **X** del nudo hasta **A**, y luego del nudo a **B**, y otra vez del nudo a **C** ... si sumamos las longitudes de los segmentos de cuerda, obtenemos la longitud de cuerda total mínima.

Si el nudo estuviera en cualquier otra posición, que no sea la **X** que resultó del equilibrio, la suma de estos segmentos de cuerda sería mayor.

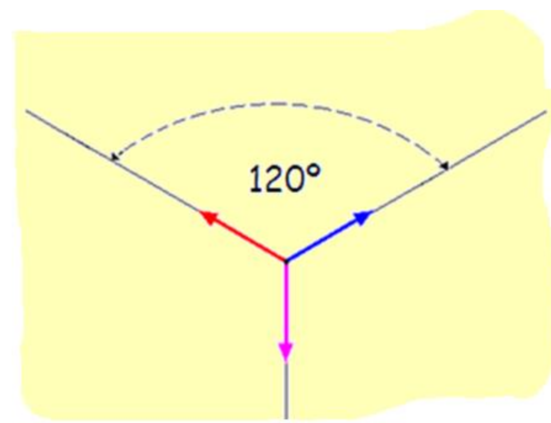
Estoy más confundida que Juan, no entiendo lo que está pasando aquí. No estoy convencida, me parece algo raro todo ésto.

Aprecio enormemente la actitud de ambos.

Me refiero a que no esperaron para explicitar con fuerza que no ven como pueda nuestro problema resolverse de esta manera.

Eso facilita mi tarea de enseñar, y de paso me obligo a mejorar la forma de contar las ideas.

Analicemos el funcionamiento



Como siempre, ... cuando las palabras no alcanzan, lo mejor es pasar al dibujo.

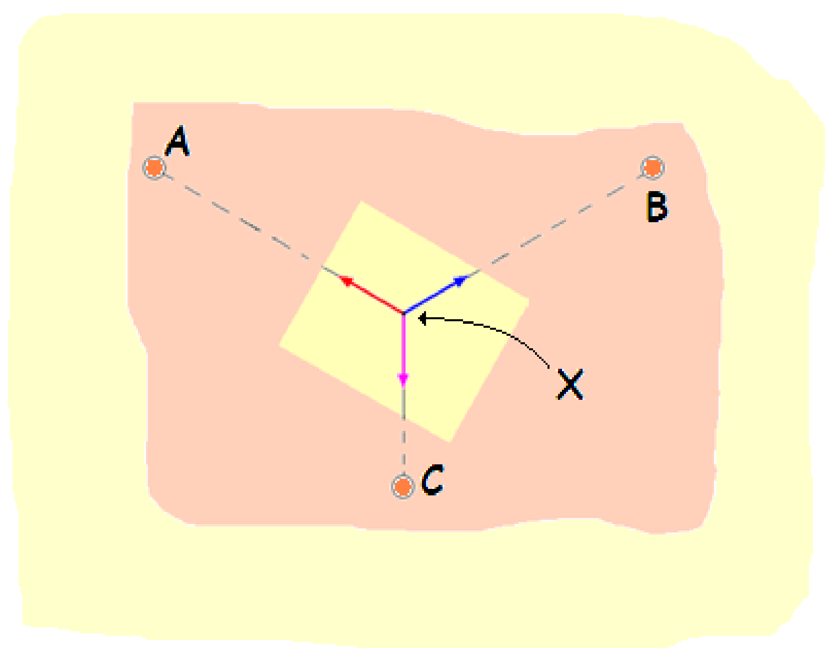
Miremos un poco más el **Diagrama de Cuerpo Libre para tres fuerzas concurrentes iguales**.

Se trata de un caso especial, donde los ángulos entre las fuerzas también son iguales, e iguales a 120°.

Fíjate en este dibujo como quedan las tres fuerzas en el Diagrama de Cuerpo Libre cuando son iguales.

Luego podemos llevar este diagrama sobre la tabla de la Torcuata. Lo movemos y rotamos, hasta ubicarlo en una posición tal, que la prolongación de las fuerzas “pasen” por los agujeros.

Y también obtenemos así el mismo punto **X**.



¡Ha!, en realidad no era del todo necesaria la Torcuata.

Bastaba con tomar el mapa, cuanto más grande mejor, marcar las tres ciudades de interés ... hacer aparte, en un trozo de papel traslúcido, un dibujo con tres líneas concurrentes separadas 120º entre sí, y superponerlo al mapa.

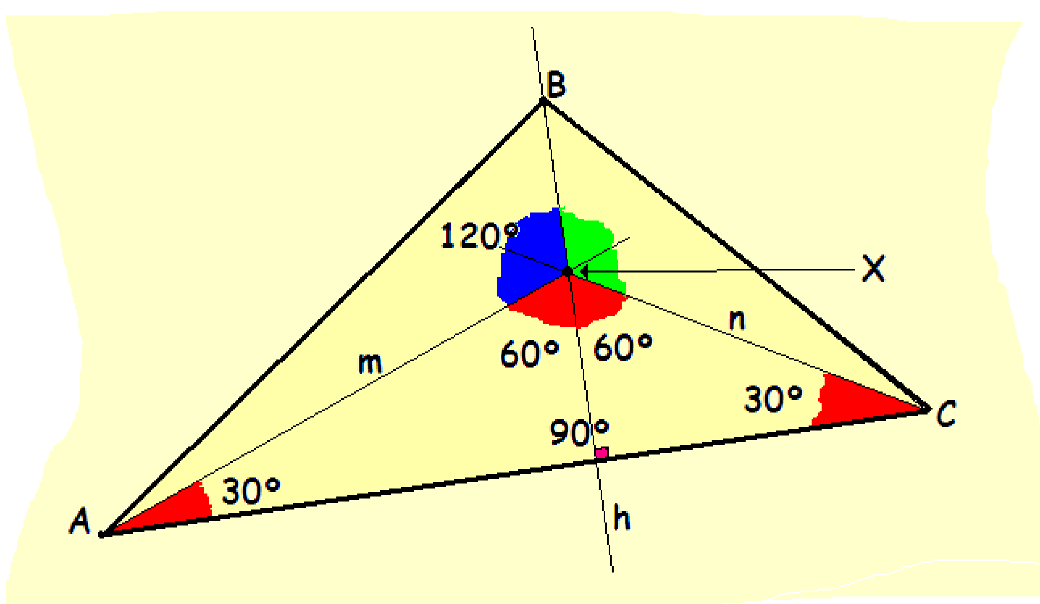
Luego lo desplazo sobre el mapa, hasta lograr ajustar las direcciones de las líneas con las ciudades elegidas. Y logrado esto, es ahí, justo debajo del punto de concurrencia, y sobre el mapa que está la ciudad **X**.

¡Correcto Isabel! ... pero no te olvides que estamos con el caso simple, de tres fuerzas. Ocurre que solo en este caso es posible encontrar una solución geométrica simple. Con muchas más ciudades, vas a tener que usar la Torcuata, es más divertido.

Te invito a jugar con la geometría.

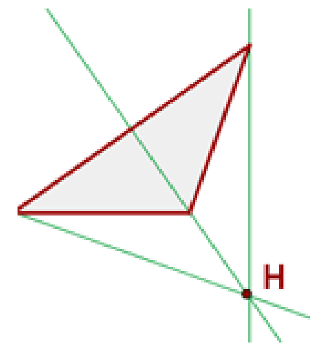
Primero, dibujas un triángulo cualquiera, donde los vértices están en las posiciones de las ciudades, y trazas la altura **h** del cateto mayor, y luego dibujas las líneas **m** y **n** de modo tal que formen 30° con el mismo cateto.

Así, fíjate en este dibujo ....

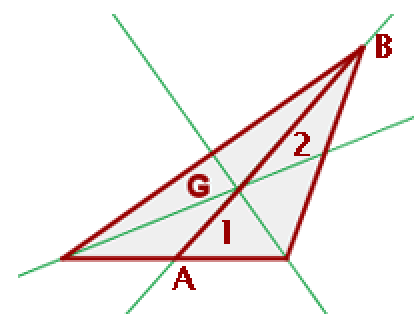


Puedes ver que obtenemos un punto de concurrencia de las tres líneas, con las simetrías del punto **X**, se trata del mismo punto **X** que encontramos con el Diagrama de Cuerpo Libre.

Disculpa Alberto, pero antes que sigas corresponde que les comente que el estudio geométrico de los triángulos explicita puntos notables:

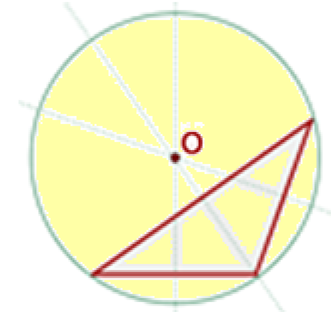


Primero está el Ortocentro, que se construye con las Alturas. Las Alturas son cada una de las rectas perpendiculares trazadas desde un vértice al lado opuesto, o su prolongación.

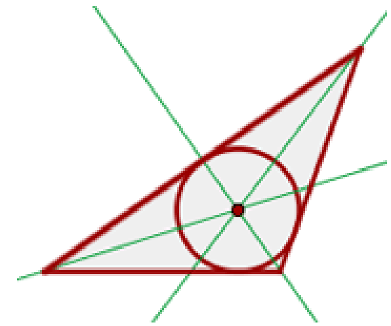


Luego está el Baricentro que resulta de cruzar las Medianas. Mediana es cada una de las rectas que une el punto medio de un lado con el vértice opuesto.

Otro punto relevante es el Circuncentro, que resulta de cruzar las mediatrices. Mediatriz es cada una de las rectas perpendicular trazadas a un lado, por su punto medio.



Nos queda el Incentro, que sale de cruzar las Bisectrices de un triángulo. La Bisectriz es cada una de las rectas que divide a un ángulo en dos ángulos iguales.



Que les parece si, dado que nuestro punto **X** no tiene nombre, le demos uno.

¡Me encantó!, tu propuesta ¿por qué no? Que les parece: “Districentro”. Bueno, el origen del problema es la versión del Distribuidor.

Te refieres al relato de un tipo que distribuye alimentos a varias ciudades, y necesita construir un depósito para su centro de distribución. Su problema es encontrar una ciudad que le minimice los tiempos de viaje. ¿Si?

Pero, sobre la hipótesis de la longitud mínima no estoy seguro. Aun no estoy convencido de sea la solución al problema.

Pienso que, si en vez de buscar una cuarta ciudad X, el Distribuidor pone el galpón en una de las tres ciudades, la A por ejemplo, y desde allí distribuye, haría solo 2 viajes: de A a B y de A a C. ¿No obtengo así, el menor camino?

Buen argumento Juan, y celebro que pienses y no deja pasar nada.

Pero, la respuesta es NO, y trataré de convencerlos de ello.

Afirmo que: existe un punto X dentro del triángulo, que minimiza aún más las distancias, el Districentro.

¡Ver para creer!, veamos una prueba de esta conclusión, ¡y que se haga la luz!

Hagamos un nuevo dibujo ...

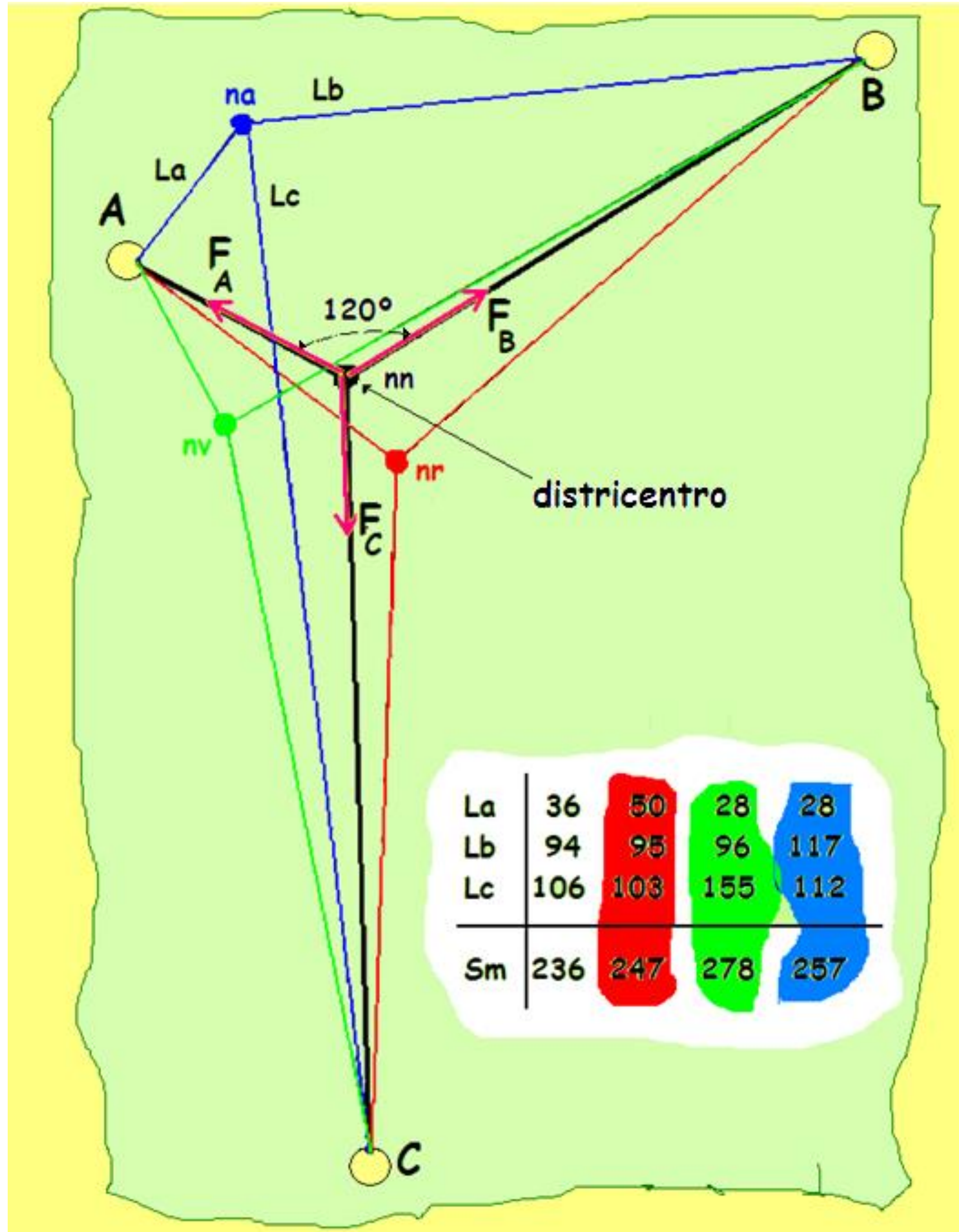
Vamos a tomar tres puntos **A, B** y **C** cualesquiera en el papel, y mido con una regla las distancias que son los lados del triángulo **ABC**. Resultando que el segmento **AB** tiene **115cm**, el segmento **BC** es de **180cm** y el segmento **CA** es de **137cm**, entonces...

Siguiendo la propuesta de Juan, me paro primero en **A** y mido las distancias hacia **B** y **C**. Luego repito lo mismo parándome en **B** y en **C**.

Las sumas resultan: desde **A→AB+AC=252cm** y desde **B→BA+BC=295cm,** y finalmente desde **C→CA+CB=317cm,** donde el valor menor de los tres es **252cm**.

Vamos a mostrar que, desde el Districentro, donde está el nudo de las líneas negras... que marqué como **nn**, la suma de las longitudes **La+Lb+Lc** es menor que **252cm**, y menor aún que cualquier otro punto de concurrencia distinto del **nn**.

Fíjate en la tabla sobre el dibujo, lo que resulta de sumar **La+Lb+Lc** para los nudos rojo, verde y azul ... los indiqué como **nr**, **nv** y **na**.



Todas son mayores ... podríamos hacer esta tabla con muchos más puntos, y eso constituiría una demostración tipo "fuerza bruta" de la propiedad del Districentro. Toda vez que tengas un problema que implique encontrar un centro de distribución, la Torcuata es la respuesta.

Pero, si piensas que la cosa acaba aquí, ... ¡para nada!.

Solo piensa en la siguiente ...

Imagina que vas a visitar la ciudad **B** el doble de veces que a la ciudad **A** o **C**.

¿Cómo modificarías el "software" de nuestra Computadora?

Después de todo lo visto, me parece que la respuesta es inmediata.

Sería suficiente duplicar el valor de las pesas que pasan por **B**, y proceder a equilibrarla nuevamente.

El nuevo Districentro resulta del nuevo Diagrama de cuerpo Libre, para el doble de viajes a **B**, que a **A** y **C**.

En ese caso debe existir un punto nn que minimice la suma **Ls=La+2Lb+Lc. Donde, los factores de cada término de la suma, representan la relación de pesas a partir de una unidad arbitraria: 1 para las pesas en los hilos que pasan por A y C, y 2 para las pesas en el hilo que pasa por B.**

¡Sigo sorprendida!

¿Será posible?, que el nuevo Disticentro minimiza la suma de los segmentos, sumados así: **Ls=La+2Lb+Lc** ¡la Torcuata es más de lo que parece!

¿Cómo es que una madera y Newton, le pueden ganar a mi poderosa notebook de cuatro núcleos que me costó 14.000$?

Bueno, no; claramente la notebook es más versátil que la Torcuata y no se pueden comparar, pero ambas necesitan de un operador imaginativo para que resulte algo bueno de ellas.

En algunos problemas específicos es más práctico recurrir a montajes simples, Aa una computadora analógica como la Torcuata para el Problema del Distribuidor, que a programas de cómputo para una notebook.

La Torcuata, es una máquina basada en las Leyes de Newton, que para el Problema del Distribuidor que tratamos aquí es mucho más eficiente que la notebook, eso es todo.

Vale, como moraleja, que no alcanza con tener una computadora de “lo último en tecnología” para ser lo mejor.

La imaginación siempre va delante de “lo último en tecnología”.

También, piensa en lo ocurrido, hacer gráficos y jugar con la Geométría fue esencial, nos llevó a una demostración. Que no es absoluta, ya que podemos probar para muchos puntos **nn** nuestra hipótesis, pero no para todos los puntos posibles.

Antes de trazar muchas líneas y hacer muchos triángulos, no teníamos la “convicción” de que la Torcuata minimiza efectivamente la suma **Ls** para cualquier relación de pesas en sus hilos. Nuestra certeza creció luego de nuestra aplicación a la Geometría.

Con trabajo y Matemáticas la Torcuata “tiene sentido”

Cuando las Matemáticas, representadas aquí por la Geometría y la Física representada por la Torcuata se cruzan, resultar demostraciones de este tipo, que generan el “sentido común” necesario que alimenta y guía la imaginación que nos lleva hacia el futuro.

Bueno, espero que se hayan divertido.

¡Hasta pronto!