

# *Cuadernos de Nivelación en Física*



*CNF N° 2*

*Cinemática 2*

*Física 2017*

*Dr. Ángel Horacio Rodríguez  
Dra. Sílvia Miscoria*

## Cuaderno de Nivelación en Física N°2

### CINEMÁTICA 2

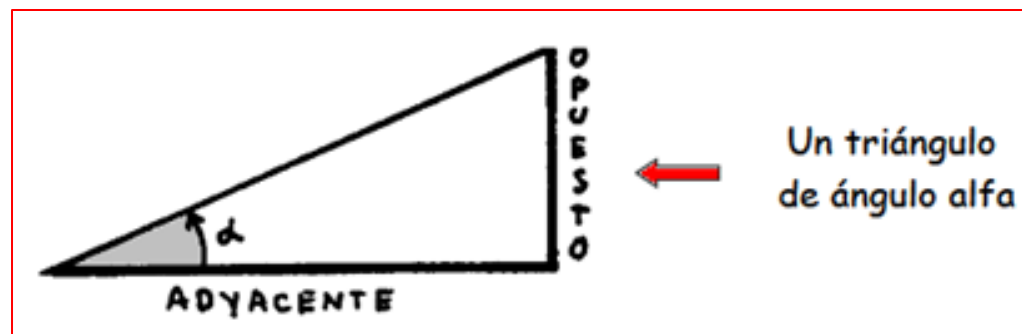
#### TANGENTE DE UN ÁNGULO



Empezamos repasando un poco de trigonometría, y en particular la tangente de un ángulo.

Recordemos que calcular la tangente (tg) de un ángulo significa hacer la división entre lo que mide el cateto opuesto y lo que mide el cateto adyacente de un triángulo rectángulo.

Por ejemplo, dibujo un ángulo cualquiera ...así:



En este triángulo la tangente de alfa va a ser:

Procedo a medir con una regla directamente sobre la hoja, y obtengo los siguientes valores:

Lado opuesto: 2,1cm

Lado adyacente: 4,8cm

Entonces:

$$tg\alpha = \frac{2,1 \text{ cm}}{4,8 \text{ cm}} = 0,437$$

Fíjate que el resultado no dio en cm.

La tangente de un ángulo es siempre un **número**. ¡ No tiene unidades!

Bien, ésto quedó claro, avancemos.

$$Tg \alpha = \frac{\textit{opuesto}}{\textit{adyacente}} \leftarrow \text{Tangente de un ángulo}$$

## PENDIENTE DE UNA RECTA

La pendiente de una recta es una cosa parecida a la **tg** de un ángulo, sólo que tiene unidades.

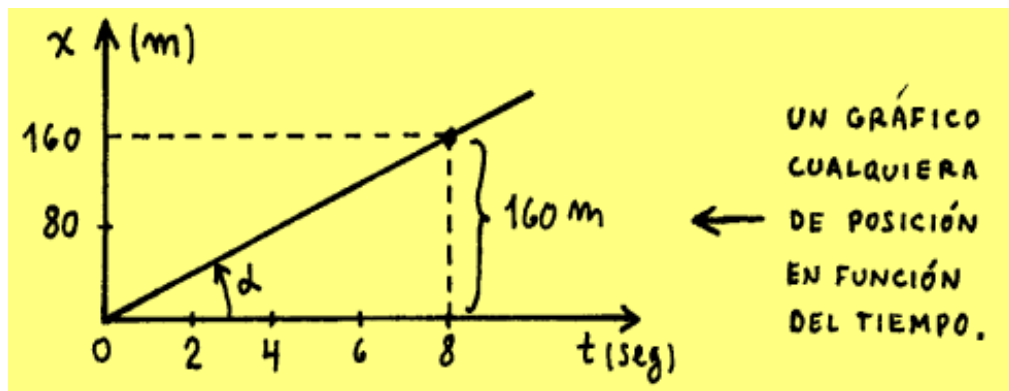


Hallar el valor de la pendiente de una recta significa hacer la división entre la cantidad que está **representando** el cateto opuesto y la cantidad que está **representando** el cateto adyacente. ¿Me ayudas con un ejemplo, Juan?

Ok, veamos un ejemplo. Supongamos que tengo la siguiente recta que proviene de la representación de la posición en función del tiempo para un objeto cualquiera que se viene moviendo con MRU.



Aquí esta:



Para el ángulo alfa que yo dibujé, el cateto opuesto MIDE, por ejemplo unos 1,8cm si lo mido con una regla en la hoja. Pero REPRESENTA 160m. De la misma manera, el cateto adyacente MIDE unos 3,8cm; pero REPRESENTA 8seg.

De manera que el valor de la pendiente de la recta va a ser:

$$\text{Pendiente} = \frac{\text{Valor que representa el Cat. Op.}}{\text{Valor que representa el Cat. Ady.}}$$

En este caso:

$$\text{pendiente} = \frac{160 \text{ m}}{8 \text{ s}} \Rightarrow \text{pendiente} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Repito.



Fíjate bien que la pendiente no es sólo un número, sino que tiene unidades.  
En este caso esas unidades me dieron en metros por segundo.

La pendiente puede darte en otras unidades también.

Eso depende de **qué estés graficando en función de qué.**

## LA PENDIENTE DE LA RECTA EN EL GRÁFICO $X=f(t)$ ES LA VELOCIDAD



No es casualidad que la pendiente del gráfico anterior haya dado justo en unidades de velocidad. La pendiente de la recta en el gráfico posición en función del tiempo SIEMPRE te va a dar la velocidad del movimiento.

¿Por qué?



Porque al hacer la cuenta "opuesto sobre adyacente" siempre estás haciendo  $\Delta x / \Delta t$ , y esto es justamente la velocidad.



¡Bien!, "atenti" todos a ésto.

## REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE LAS ECUACIONES HORARIAS



En cinemática se usan todo el tiempo 3 gráficos muy importantes que son los de posición, velocidad y aceleración en función del tiempo.

Cada gráfico es la representación de una de las ecuaciones horarias.

Quiero que te acuerdes primero cómo se representaba una recta en matemática.

La ecuación de la recta tenía la forma

$$y = m \cdot x + b$$



$b$  era el lugar donde la recta cortaba al eje "y" y que llamamos la ordenada

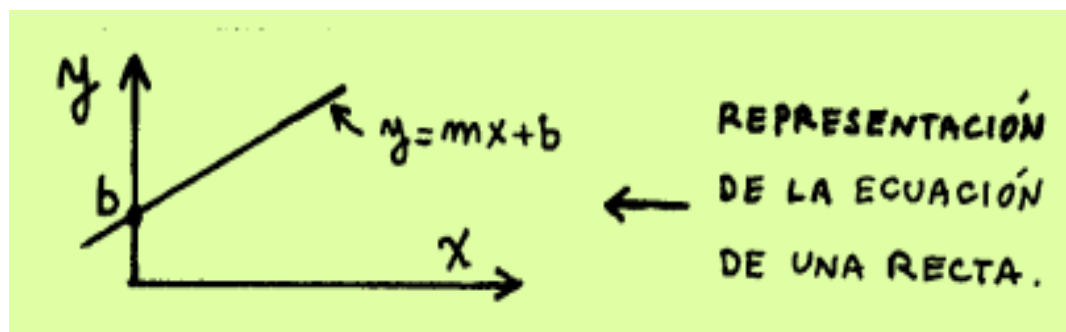
al origen, y  $m$  era la pendiente.

¡Te acuerdas de estas cosas!

Si no, no importa, es fácil... así que concéntrate.



Por ejemplo, la ecuación de una recta podría ser  $y = 3x + 4$



Acá viene algo lindo.

Si tomo la 1ra ecuación horaria con  $t_0=0$ , que es lo que en general suele hacerse, me queda  $x = x_0 + v \cdot t$ . Ahora fijate esta comparación:

Veo que la ecuación de  $X$  en función del tiempo en el MRU también es una recta en donde la **velocidad es la pendiente** y  $X_0$  es el

$$\begin{array}{cccc} y & = & m & \cdot & x & + & b \\ \updownarrow & & \updownarrow & & \updownarrow & & \updownarrow \\ x & = & v & \cdot & t & + & x_0 \end{array}$$

**lugar donde la recta corta el eje vertical.**

Para cada ecuación horaria puedo hacer lo mismo y entonces voy a tener 3 lindos gráficos, uno para cada ecuación.

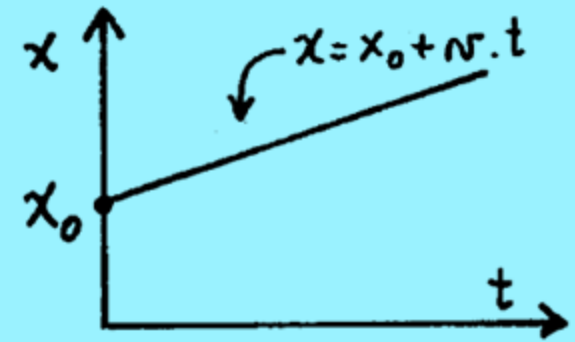
Isabel nos hará los gráficos...



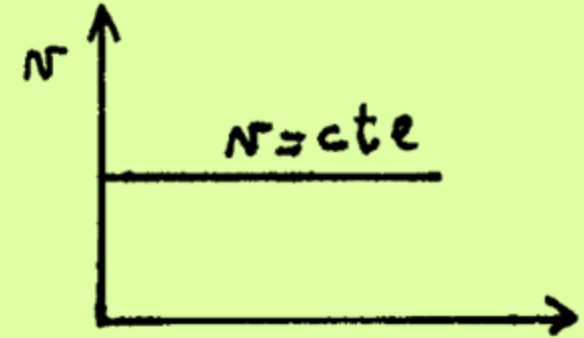
Bueno, ya estaba medio aburrida.

Los tres gráficos característicos del MRU quedan así:

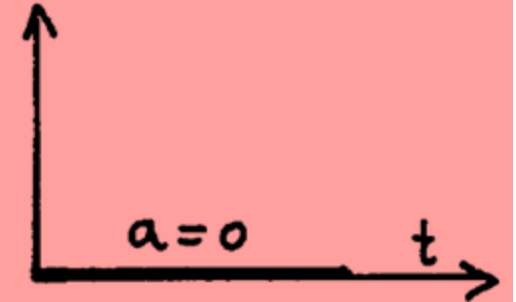
(1) Posición en función del tiempo ( Muestra que  $x$  aumenta linealmente con  $t$  )



(2) Velocidad en función del tiempo ( Muestra que  $v$  se mantiene constante ).



(3) Aceleración en función del tiempo ( Muestra que la  $a$  es todo el tiempo cero ).



## VELOCIDAD MEDIA



Veamos un concepto interesante y muy popular. La cuenta es fácil, pero interpretar su significado no lo es.

Si una persona va de un lugar a otro, **y sin ir todo el tiempo a la misma velocidad**, su velocidad media se calcula así:

$$v_m = \frac{\text{Distancia en línea recta que hay entre el punto de partida y el punto de llegada}}{\text{Tiempo empleado en recorrer esa distancia}}$$

Por ejemplo: Supongamos que un sujeto vino en auto desde Trelew por la ruta 3.

Ahora, trazando una línea recta entre los puntos que representan a Trelew y Comodoro en el mapa rutero cualquiera y usando la escala de distancia del mismo, resulta que la distancia es 375Km.

Mientras que la distancia recorrida y contada en el "cuenta kilómetros" del auto fue de 410Km.

Y si tarda 6hs en llegar, su velocidad media va a ser:

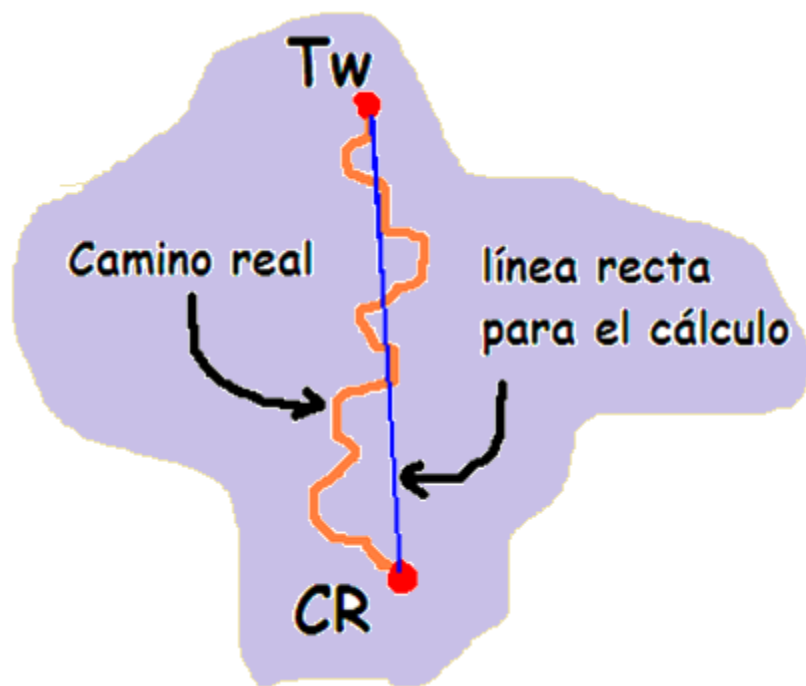
$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad (\text{en línea recta})$$
$$\Rightarrow v_m = \frac{375\text{Km}}{6\text{hs}} = 62,5 \text{ Km/h}$$



Repasemos la situación.

La Velocidad Media equivale a sustituir el viaje real, por otro hecho a velocidad constante y en línea recta, es decir la  $V_m$  corresponde a un MRU equivalente.

Es solo eso, mira el dibujo siguiente ...



Los 375Km corresponden a la línea azul del dibujo, que obtuve trazando una línea en el mapa rutero entre Trelew y Comodoro.

Y resulta de multiplicar la longitud en centímetros de la línea azul, por el factor de escala "Km/cm" proporcionado en el mapa.

La línea marrón representa el camino real recorrido, medido por el "cuenta Kilómetro" del coche en 410Km.



Lo normal es que quien haga el viaje desde Trelew a Comodoro tome en cuenta la lectura del "cuenta kilómetros" del auto y el tiempo empleado en el viaje, y en tal caso resulta la **Velocidad Promedio** que será de ...

$V_{pr} = 410\text{Km}/6\text{h} = 68,3\text{Km/h}$ , es "como si" hubiera completado el recorrido real sobre la ruta a una velocidad constante de 68,3Km/h.



## COMENTARIOS ÚTILES

Nos preocupan tus hábitos de estudio.

Es común en la Escuela Secundaria, que los estudiantes tiendan a quedarse "con lo que se dijo en clase". La memorización de un texto o un ejercicio, produce una falsa percepción de que "entendemos" el tema. Cuando en realidad solo estamos seguros de poder responder bien si nos preguntan justo lo que memorizamos.

Y eso es un error, te explico...

Luego de escuchar una clase, puedes quedarte con la idea que ya sabes el tema ... te habrá pasado seguramente. Lo mismo ocurre cuando lees un texto, como estos cuadernos, por ejemplo.



Pero, te aseguro que solo sabrás "que sabes del tema", cuando intentes contarles a otros que fue lo que aprendiste ... cuando te dispongas a conversar del tema.

Si en verdad te gusta lo que estás estudiando, y esperas progresar en tu desarrollo intelectual, tendrás que incorporar la práctica del debate y la conversación.

Es decir, compartir con otros lo que aprendiste.

Notarás inmediatamente, que los demás le "sacaron al tema" ideas diferentes a las tuyas.

Es enriquecedor, ¿verdad Juan?



¡Sí! Todos tenemos la costumbre de conversar sobre los temas de clase, mate de por medio, en la cantina.

Esperamos que aprecies toda la riqueza que resulta de compartir con otros lo que sabes.

Si ... en mi caso y también con muchos de mis amigos pasa lo mismo, ... luego de estar sentado solo y estudiando por varias horas, quedo medio "loquito", así que espontáneamente nos reunimos a conversar de lo que estamos estudiando ... y si tenemos una pizarra a mano o papel para dibujar mucho mejor.

## EJEMPLOS DE MOVIMIENTO RECTILÍNEO Y UNIFORME



Un móvil sale de la posición  $x_0=400$  Km a las 8hs y llega a la posición  $x_f=700$  Km a las 11hs. Vamos a considerar que fue en línea recta y con velocidad constante.

Se pide:

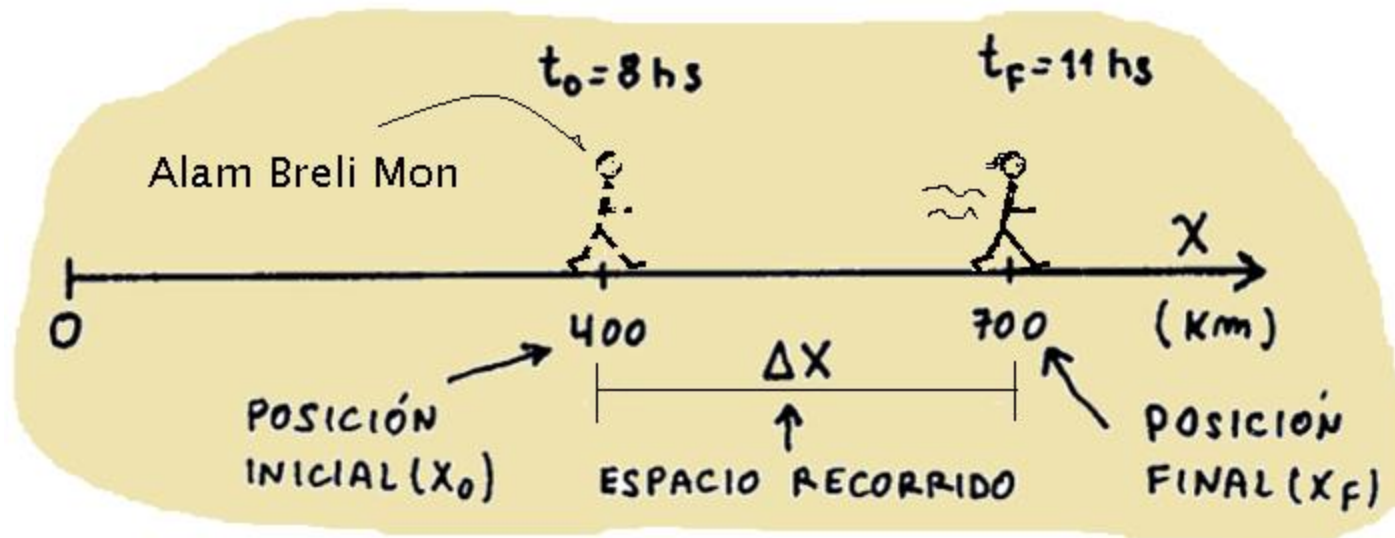
- a) Tomar un sistema de referencia y representar lo descrito en el problema.
- b) Calcular con qué velocidad se movió, en Km/h y en m/s.
- c) Escribir las 3 ecuaciones horarias y verificarlas.
- d) Calcular la posición a las 9hs y a las 10hs.
- e) Dibujar los gráficos de  $x=f(t)$ ,  $v=v(t)$  y  $a=a(t)$ .

Veamos como respondemos a esto:





a) El sistema de referencia que elijo es un eje equis y realizo mi esquema de la situación del problema.



b) Calculo con qué velocidad se movió.

$V$  era  $\Delta x / \Delta t$ , entonces:



Para pasar 100Km/h a m/s uso el siguiente truco ... **idebes recordarlo por favor!** A la palabra "Km", la reemplazo por 1000m, y a la palabra "hora" la reemplazo por 3600seg.

Entonces:

Fíjate en el "tres coma seis" que resultó.

De acá saco una regla que voy a usar mucho: **para pasar de Km/h a m/s hay que dividir por 3,6; y al revés para pasar de m/s a Km/h debes multiplicar por 3,6.**

$$v = \frac{x_f - x_0}{t_f - t_0}$$

$$v = \frac{700 \text{ Km} - 400 \text{ Km}}{11 \text{ hs} - 8 \text{ hs}}$$

$$v = \frac{300 \text{ Km}}{3 \text{ hs}} \quad \text{Velocidad de Alam}$$

$$v = 100 \text{ Km} / \text{h} \quad \longleftarrow$$

$$100 \frac{\text{Km}}{\text{h}} = 100 \cdot \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ seg}}$$

$$\Rightarrow 100 \frac{\text{Km}}{\text{h}} = \frac{100 \text{ m}}{3,6 \text{ seg}}$$



Si no te acuerdas de esta regla, no es terrible. Lo deducís usando el mismo truco que usé yo y listo: 1 Km son mil metros, 1 h son 3600 segundos, etc.

c) Escribimos las 3 ecuaciones horarias y las verificamos.

Bueno, en el movimiento rectilíneo y uniforme las ecuaciones horarias eran:

$$\begin{cases} x = x_0 + v \cdot (t - t_0) \\ v = cte \\ a = 0 \end{cases}$$

En este caso reemplazo por los datos y me queda:

$$\begin{cases} x = 400 \text{ Km} + 100 \frac{\text{Km}}{\text{h}} (t - 8 \text{ hs}) \\ v = 100 \text{ Km/h} = \text{constante} \\ a = 0 \end{cases}$$



Procedamos ahora a verificar las ecuaciones horarias, lo que significa comprobar que están bien planteadas.

Bueno, con la 2da y la 3ra tenemos que  $V=100\text{Km/h}$ , y  $a=0$  ... no tengo problema.



Sé que el movimiento es rectilíneo y uniforme de manera que la velocidad me tiene que dar constante, y la aceleración cero, de modo que están bien.

Vamos a la verificación de la 1ra ecuación.

Si esta ecuación estuviera bien planteada, reemplazando  $t$  por  $8\text{hs}$  ( $=t_0$ ), la posición me tendría que dar  $400\text{Km}$  ( $=x_0$ ). Veamos si da:

$$\begin{aligned}
 x &= 400\text{Km} + 100 \frac{\text{Km}}{\text{h}} (t - 8\text{hs}) \\
 x &= 400\text{Km} + 100 \frac{\text{Km}}{\text{h}} \underbrace{(8\text{hs} - 8\text{hs})}_0 \\
 \Rightarrow \underline{X = 400 \text{ Km}} & \text{ ( Dió bien ).}
 \end{aligned}$$

Vamos ahora a la posición final.

Para  $t=11\text{hs}$  la posición me tiene que dar  $x=700\text{Km}$ . Otra vez reemplazo "t cero" por  $11\text{hs}$ .



Hago la cuenta a ver que da.

$$x = 400 \text{ Km} + 100 \frac{\text{Km}}{\text{h}} (t - 8 \text{ hs})$$

$$x = 400 \text{ Km} + 100 \frac{\text{Km}}{\text{h}} (\underbrace{11 \text{ hs} - 8 \text{ hs}}_{3 \text{ hs}})$$

$$\Rightarrow \underline{X = 700 \text{ Km}} \text{ ( Dió bien ).}$$

d)- Calculamos la posición a las 9hs y a las 10hs.

Hago lo mismo que lo que hice recién, pero reemplazando  $t$  por 9hs y por 10hs:

$$x = 400 \text{ Km} + 100 \frac{\text{Km}}{\text{h}} (\underbrace{9 \text{ hs} - 8 \text{ hs}}_{1 \text{ h}})$$

$$\Rightarrow x_{(9 \text{ hs})} = 500 \text{ Km} \quad \leftarrow \text{ Posición a las 9 hs.}$$

Para  $t = 10 \text{ hs}$  :

$$x_{(10 \text{ hs})} = 400 \text{ Km} + 100 \frac{\text{Km}}{\text{h}} (\underbrace{10 \text{ hs} - 8 \text{ hs}}_{2 \text{ hs}})$$

$$\Rightarrow x_{(10 \text{ hs})} = 600 \text{ Km} \quad \leftarrow \text{ Posición a las 10 hs}$$



e) Dibujamos los gráficos  $x=x(t)$ ,  $v=v(t)$  y  $a=a(t)$ .

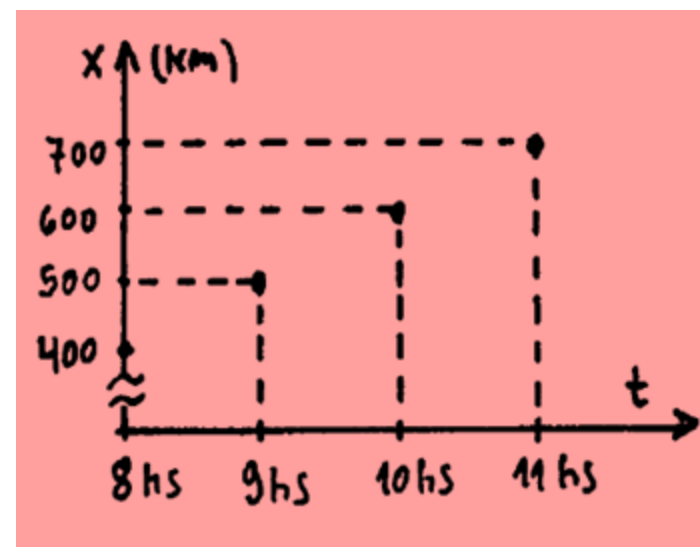
El más complicado de hacer es el de posición en función del tiempo. De lo que calculé antes puedo armar una tabla como esta:

$x$	$t$
400 Km	8 hs
500 Km	9 hs
600 Km	10 hs
700 Km	11 hs

Ahora represento estos puntos en el gráfico  $x-t$ :

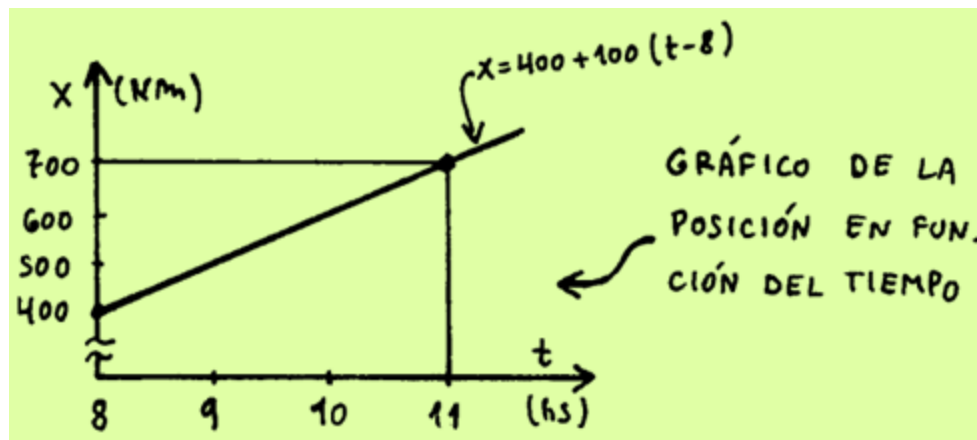
En realidad, no hacía falta tomar tantos puntos.

Con 2 hubiera sido suficiente, porque es una recta.

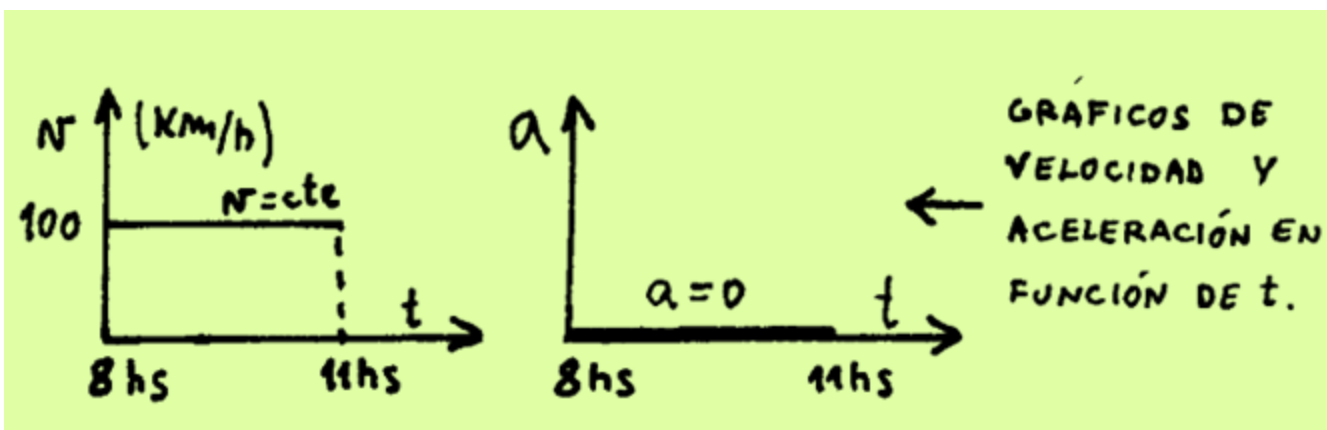




Finalmente, el gráfico posición en función del tiempo  $X(t)$  queda así:

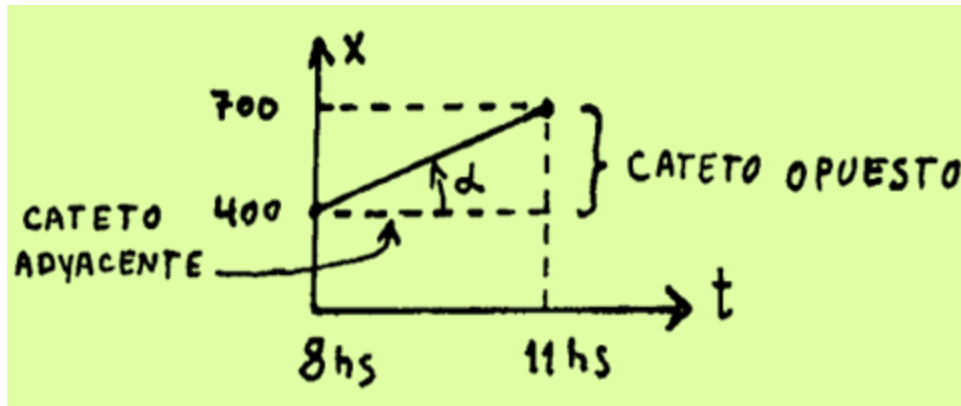


Los otros dos gráficos quedarían de esta forma:

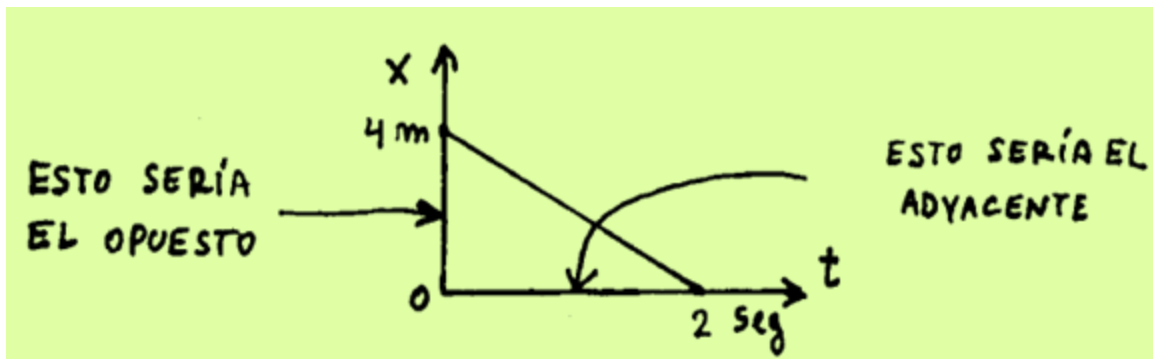




Por último, me gustaría verificar que la pendiente del gráfico de posición en función del tiempo es la velocidad del movimiento. Veamos si verifica:



Fíjate







Este sería el caso de una cosa que tiene velocidad negativa.

Para la verificación de la pendiente hago así:

$$\text{pendiente} = \frac{\text{opuesto}}{\text{adyacente}}$$

$$\text{pend.} = \frac{700\text{Km} - 400\text{Km}}{11\text{hs} - 8\text{hs}}$$

$$\text{pend.} = 100\text{Km/h} \quad \leftarrow \text{Dió bien.}$$

## OTRO EJEMPLO



Un móvil tiene que recorrer un camino que tiene 100 Km. Los primeros 10 Km los recorre a 10 Km/h. Después recorre 30Km á 30Km por hora. Y, por último, recorre los 60 Km finales a 60Km/h.

Se pide, lo siguiente ... presta atención a las consignas.

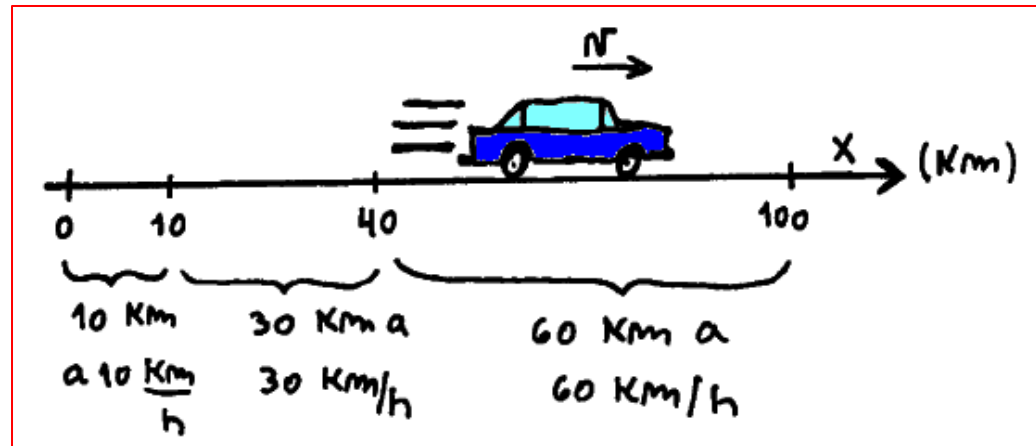
A ... ¿Qué tiempo tardó en recorrer los 100Km?

B ... ¿A qué velocidad constante tendría que haber ido para recorrer los 100Km en el mismo tiempo?

C ... Dibujar los gráficos:  $x(t)$ ,  $v(t)$  y  $a(t)$ .

Empezamos haciendo un esquema de lo que plantea el problema.

¡Gracias Juan!, está muy lindo.



a) El tiempo total que va a tardar va a ser la suma de estos 3 tiempos. Es decir, haciendo las cuentas:

Me fijo qué tiempo tardó en recorrer cada tramo. Si  $v = \Delta x / \Delta t$ , el delta t es,  $\Delta t = \Delta x / v$

Haciendo las cuentas:

$$\Delta t_1 = \frac{10 \text{ Km}}{10 \text{ Km/h}} = 1 \text{ h}$$

$$\Delta t_2 = \frac{30 \text{ Km}}{30 \text{ Km/h}} = 1 \text{ h}$$

$$\Delta t_3 = \frac{60 \text{ Km}}{60 \text{ Km/h}} = 1 \text{ h}$$

El tiempo total que va a tardar, va a ser la suma de estos 3 tiempos.

Es decir:

$$\Delta t_{\text{total}} = \Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3$$

$$\Delta t_{\text{total}} = 3 \text{ hs.}$$

Por lo tanto, tarda 3 hs en recorrer los 100 Km.

b) La velocidad constante a la que tuvo que haber ido para recorrer la misma distancia en el mismo tiempo es justamente la **velocidad media**.

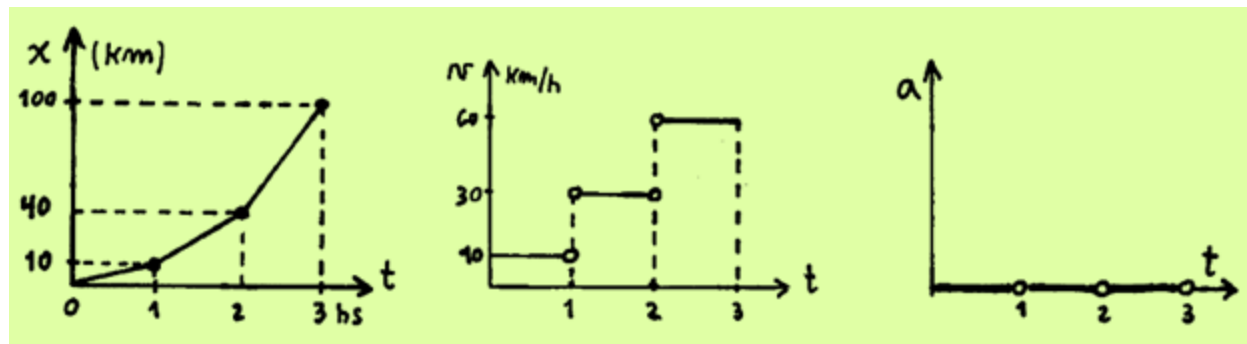
Entonces:

$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_m = \frac{100\text{Km}}{3\text{hs}}$$

$$\Rightarrow v_m = 33,3 \text{ Km/h}$$



c) Veamos cómo dan los gráficos:



Lo que quiero que veas principalmente, es cómo en el primer gráfico las rectas se van inclinando más y más hacia arriba a medida que aumenta la velocidad. Más aumenta la velocidad, más aumenta la pendiente. Y es que la pendiente de la recta en el gráfico  $X(t)$  es justamente la velocidad. Por eso, al aumentar la velocidad, aumenta la inclinación.



Ésto es todo lo que tienes que saber de cinemática, ¡por ahora!

**Nos vemos en el próximo Cuaderno de Nivelación en Física.**