Cuadernos de Clases

Introducción a las Mediciones de Laboratorio Nº 1

Dr. Ángel Horacio Rodríguez

Física CN – 2016

Recopilado del Libro "Introducción a las Mediciones de Laboratorio"
de Alberto Maiztegui y Reinaldo Gleiser

LA FORMA DE COMUNICAR EL RESULTADO DE UNA MEDICION

1. MAGNITUDES Y CANTIDADES

Las longitudes, las fuerzas, las superficies, las masas, los tiempos, son ejemplos de magnitudes.

La longitud de una mesa en particular, o el peso de un determinado cuerpo, o la superficie de un cuadrado particular, o la masa de tal cuerpo, etc., son ejemplos de cantidades.

La longitud de un cuerpo concreto, determinado, es una cantidad; la longitud, en abstracto, sin referirse a ninguna longitud en particular, es una magnitud, La masa de un cuerpo particular es una cantidad de masa; la masa en abstracto, esa propiedad característica de la materia, nombrada así en general, es una magnitud física.

No pretendemos definir así ni magnitud ni cantidad, sino dar una idea de ellas e ir dando precisión a nuestro lenguaje.

2. LA OPERACION DE MEDIR UNA CANTIDAD.

Medir una cantidad *A* es compararla con otra cantidad *U* de la misma magnitud, a la que se llama *unidad;* ésta es elegida arbitrariamente por el operador.

La comparación se hace mediante un proceso que varía de acuerdo con la magnitud de que se trate. Para medir longitudes, por ejemplo, se transporta la unidad sobre la cantidad por medir; para medir masas, por ejemplo, se recurre a una balanza; para medir la intensidad de una corriente eléctrica, se recurre a un amperímetro y se compara —directa o indirectamente— el ángulo que gira la aguja con el ángulo que la hace girar una corriente de 1 ampere; para medir un tiempo con un reloj de agujas también se comparan ángulos; etc., etc.

Simbólicamente la comparación se indica con el cociente *A/U*. El resultado, que representa el número de veces que la cantidad contiene a la unidad, es un número real abstracto llamado *medida* de la cantidad A con la unidad U.

En símbolos:

A/U = X (número real abstracto) • y así es posible expresar el *valor de la cantidad:*

A = X U (número real concreto)

3. LOS SISTEMAS QUE INTERVIENEN EN UNA MEDICION.

Si se observa la descripción realizada, se advierte que en el proceso de medir intervienen:

a) un sistema objeto de la medición: la cantidad por medir;

b) un sistema de medición: el equipo o aparato de medición y la teoría sobre la que fundamenta su funcionamiento;

e) un sistema de referencia: la unidad empleada, con su definición y su patrón;

d) el operador, importante e ineludible participante del proceso, quien es el responsable de decidir si se han cumplido los criterios de operación para poder entonces, tomar las lecturas en la escala del instrumento.

Demos un ejemplo concreto: si se quiere medir la longitud de una pieza con un calibre de apreciación A = 0,1 mm, entonces:

a) el sistema objeto es la longitud de la pieza;

b) el sistema de medición es el calibre y la teoría sobre la cual fue construido;

e) el sistema de referencia es el metro;

d) los criterios de medición son: 1) que la pieza esté apoyada de modo que la longitud sea paralela al eje longitudinal del calibre; 2) que la presión no sea excesiva, ni por exceso ni por defecto; 3) que las superficies de la pieza y del calibre estén limpias; 4) que la iluminación de la escala sea correcta; 5) que la posición del observador con respecto a la escala no provoque errores de paralaje; etc.

4. ¿QUE ES UNA MAGNITUD?

Es necesario trabajar de modo que la operación de medir sea consistente consigo misma, es decir, que cada vez que se mida la misma cantidad en las mismas condiciones los resultados se re-produzcan (dentro de ciertos límites). Para lograrlo, hay que definir el procedimiento de interacción entre los tres sistemas y el observador con sus criterios.

Lo detallado de estas exigencias puede parecer exagerado cuando se trata de medir cantidades de la vida diaria; pero no lo es cuando se trata de cantidades y mediciones delicadas. Por el contrario, este tema ha preocupado mucho a científicos y tecnólogos, y una propuesta que cuenta con mucha aceptación es que

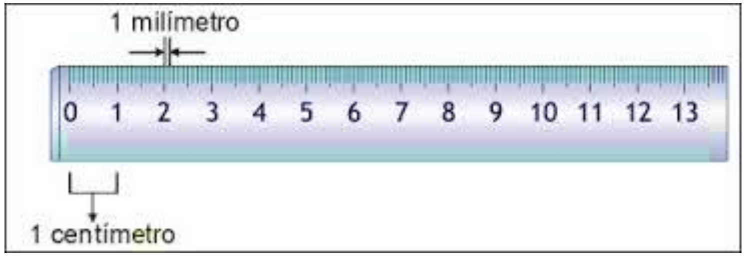
la descripción del proceso de medir cantidades de una cierta magnitud, constituye la definición misma de esa magnitud,

Es una forma especial de definir, ésta de hacerlo mediante la descripción de los procedimientos de interacción de los sistemas que intervienen en una medición.

Suele llamársela definición operacional de una magnitud física, el concepto primario es el proceso de medición; la magnitud es una consecuencia de éste.

5. LA APRECIACION DE UN INSTRUMENTO

Es la menor división de la escala del instrumento.



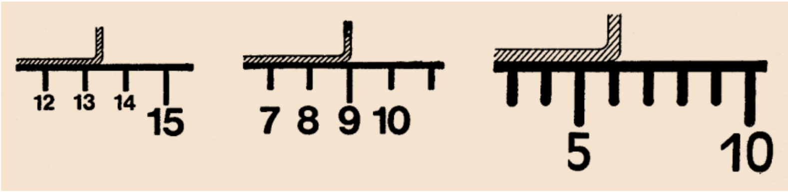
Una regla cuya menor división es 1 cm tiene una apreciación ΔX = 1cm; la apreciación de un cronómetro graduado en 1/5 de segundo es ΔX = 0,2s.

6. LA ESTIMACION DE UNA LECTURA

Es el menor intervalo que un observador puede estimar con ayuda de la escala.

Por ejemplo, mi observador trata de medir la longitud de una varilla con una regla con ΔX=1mm. Haciendo coincidir lo mejor que puede el origen de la regla (el cero de la regla) con el origen de la varilla, buscará qué división de la regla coincide con el otro extremo de la varilla. Lo más frecuente es que no coincida ninguna, y que el extremo de la varilla quede entre dos divisiones de la regla, como indica la figura.

Se ve que la longitud no es ni 13mm ni 14mm. El observador trata de expresar esta situación escribiendo una cifra más, que no es leída sino estimada por él “a ojo"; en el caso de la figura, escribiendo 13,3mm. Con esa regla, él se siente capaz de distinguir entre 13,2mm. 13,3mm y 13,4mm; y elige como la mejor lectura 13,3mm. Entonces, la estimación de las lecturas de ese observador, con esa regla y en esas condiciones es 0,1mm.



(Fig. 1) La estimación de una lectura depende principalmente de la apreciación del instrumento y de la habilidad del operador.

En la figura del centro se tiene otra situación del mismo observador midiendo con una regla de la misma apreciación (ΔX = 1mm.)

Ahora lee 9mm. (ni 8 mm ni 10 mm); pero además "ve" (esto es una decisión personal de quien está midiendo) que la lectura no es ni 8,9 mm ni 9,1mm. Entonces la lectura es 9,0mm.

En la figura de la derecha se representa otra situación (puede ser una regla de trazos más gruesos, o una mala iluminación), en la que difícilmente se pueda decir más que "el extremo de la longitud que se quiere medir coincide —o bien no coincide— con una división de la regla. En casos como éste la estimación de las lecturas es 0,5 mm (suponiendo que la apreciación de la regla sea ΔX = 1mm).

Otras veces —bastante frecuentes— la estimación del operador coincide con la apreciación del instrumento; a una u otra la representaremos indistintamente con ΔX.

7. LA EXPRESION DE UNA LECTURA

Supongamos que se trata de medir una cantidad cuyo valor es X. El observador realiza la operación de medir y al leer la escala obtiene la lectura X, con una estimación ΔX; lo cual significa que -una vez cumplidos los requisitos

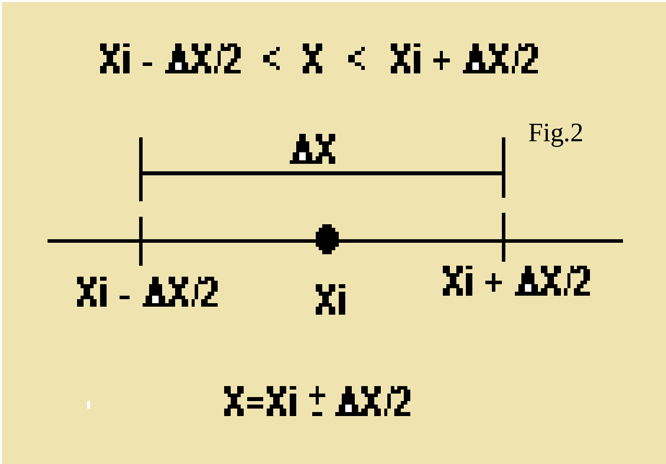


Fig.2

para estar en condiciones de leer la escala- el instrumento da la información X. La apreciación o la estimación ΔX significa que aquella información está acompañada de un intervalo de incerteza cuya longitud es $2(\Delta X/2)$.

O sea, que el aparato de medición informa (en esa ocasión) que el valor de la cantidad medida pertenece al intervalo $(X_i - \Delta X/2; X_i + \Delta X/2)$:

(Fig. 2) Representación de una lectura y del intervalo de incerteza asociado a su estimación.

Si enseguida el observador repite la operación de medir, la información que da el aparato es que el valor X de la cantidad que se está midiendo pertenece al intervalo $(X_{i+1} - \Delta X/2; X_{i+1} + \Delta X/2)$, o sea

$$X_{i+1} - \Delta X/2 < X < X_{i+1} + \Delta X/2$$

Puede ocurrir que los dos intervalos mencionados no coincidan, ni tengan parte común.

¿Cómo tratar el material informativo compuesto por N lecturas X_i $(i=1,2,3, .. N)$?

Precisamente éste es el problema que enfrentamos y que resolveremos paso a paso.

7.1 EL NUMERO DE CIFRAS DE UNA LECTURA

Es claro, pero queremos destacarlo para el principiante, que la última cifra de una lectura ocupa el lugar de la cifra significativa de la estimación. Por ejemplo, si la estimación es ΔX=0,02mm, una lectura no puede expresarse sólo con décimas ni llegar a los milésimos: deberá llegar hasta los centésimos. Por ejemplo, una expresión correcta es

X= 12,43 mm ± 0,02 mm   y no X= 12mm, ni X= 12,4mm, ni X= 12,437mm. En el primer y segundo caso se desperdiciaría información; y en el tercero se tomaría como información lo que no lo es.

7.2 EL VALOR DEL CERO EN UNA LECTURA.

La aritmética nos dice $9mm = 9{,}0mm$

Pero la Física nos dice que en el laboratorio $9mm \neq 9{,}0mm$

¿Cómo entender estas afirmaciones? Pues valiéndonos del concepto de estimación de una lectura. Cuando el observador escribe: $X= 9{,}0mm$; apreciación o estimación $\Delta X = 0{,}1mm$ lo cual se expresa simbólicamente así:

$$X= 9{,}0mm \pm 0{,}1mm$$

él está afirmando que $X \neq 8{,}9mm$ y que $X \neq 9{,}1mm$. O sea: el cero tiene el valor de una información sobre la cifra de las décimas.

Si se escribe 9mm, en Física se sobreentiende que no hay información sobre la cifra de las décimas; si se escribe 9,0mm se está informando sobre la cifra de las décimas.

Otro observador, menos hábil, o con una vista no tan buena, o trabajando con peor iluminación, puede informar sólo hasta 1mm; entonces su lectura de la misma cantidad será, por ejemplo:

$$X = 9mm \pm 1mm$$

Aritméticamente las dos lecturas son iguales, pero físicamente no lo son: la primera informa sobre las décimas y la segunda, no.

8. LOS ERRORES CASUALES

Si el operador se sintiera satisfecho con una medida obtenida realizando una sola vez la operación de medir, y aceptase esa medida como suficientemente informativa, nada de lo que sigue tendría sentido.

En cierto modo, así proceden el bioquímico y el médico cuan. do se trata de medir ciertas propiedades características de la sangre o de la orina: aceptan una sola medida. Y hacen bien, porque su interés se limita a saber si la proporción de este o aquel componente se mantiene o no dentro de ciertos límites, o si está fuera de ellos.

El problema que tratamos es de naturaleza diferente: consiste en obtener el máximo rendimiento de los sistemas que intervienen en el proceso de una medición.

Posiblemente una de las primeras sorpresas de un estudiante en un laboratorio de medición es comprobar que, al medir una cantidad con el mayor cuidado posible, y repetir la operación varias veces, los resultados no se repiten todos. Pero ello no se debe a su inexperiencia: por el contrario, esa diversidad de lecturas es intrínseca de la operación de medir con el mayor cuidado, tratando de obtener el máximo rendimiento del instrumental y del observador.

Si al medir el diámetro de una esfera de acero con ΔX = 0,01mm el observador obtiene las siguientes lecturas 2,34mm; 2,34mm; 2,35mm; 2,34mm; 2,33mm; ¿cuál de ellas es el valor del diámetro?

9. LO SIGNIFICATIVO EN UNA MEDICION

Es muy frecuente tomar como punto de partida la hipótesis de que existe un "verdadero valor" de la cantidad que se quiere medir, y que el proceso tiene por objeto determinar ese "verdadero valor" tan aproximadamente como sea posible.

Pero, ¿existe verdaderamente el "verdadero valor"? Si se trata, por ejemplo, de la longitud de una varilla, ¿está bien definida esa longitud? Geométricamente, ¿son sus bases estrictamente planas, estrictamente paralelas? Y si lo son… ¿qué decir de fluctuaciones térmicas en las posiciones de átomos individuales? Como se ve, el tema es campo para discusiones.

Proponemos aceptar como punto de partida un criterio que calificamos de "experimental" o "criterio de laboratorio" que no necesita de una idealización como la del "verdadero valor":

1) Lo que tiene significado físico de importancia máxima es la información intercambiable entre diversos observadores que miden una misma cantidad o cantidades iguales;

2) En este sentido, lo que un observador puede comunicar a otro observador es el resultado que él obtuvo.

3) El problema es encontrar un procedimiento común a todos los observadores para elaborar la información, producida en el proceso de medición y construir así el resultado de la medición.

Como veremos, el resultado de una medición está compuesto por el promedio de las lecturas y por el error medio cuadrático del promedio.

Esto es lo que tiene significado físico y constituye información intercambiable. Que es el objeto último de medir.

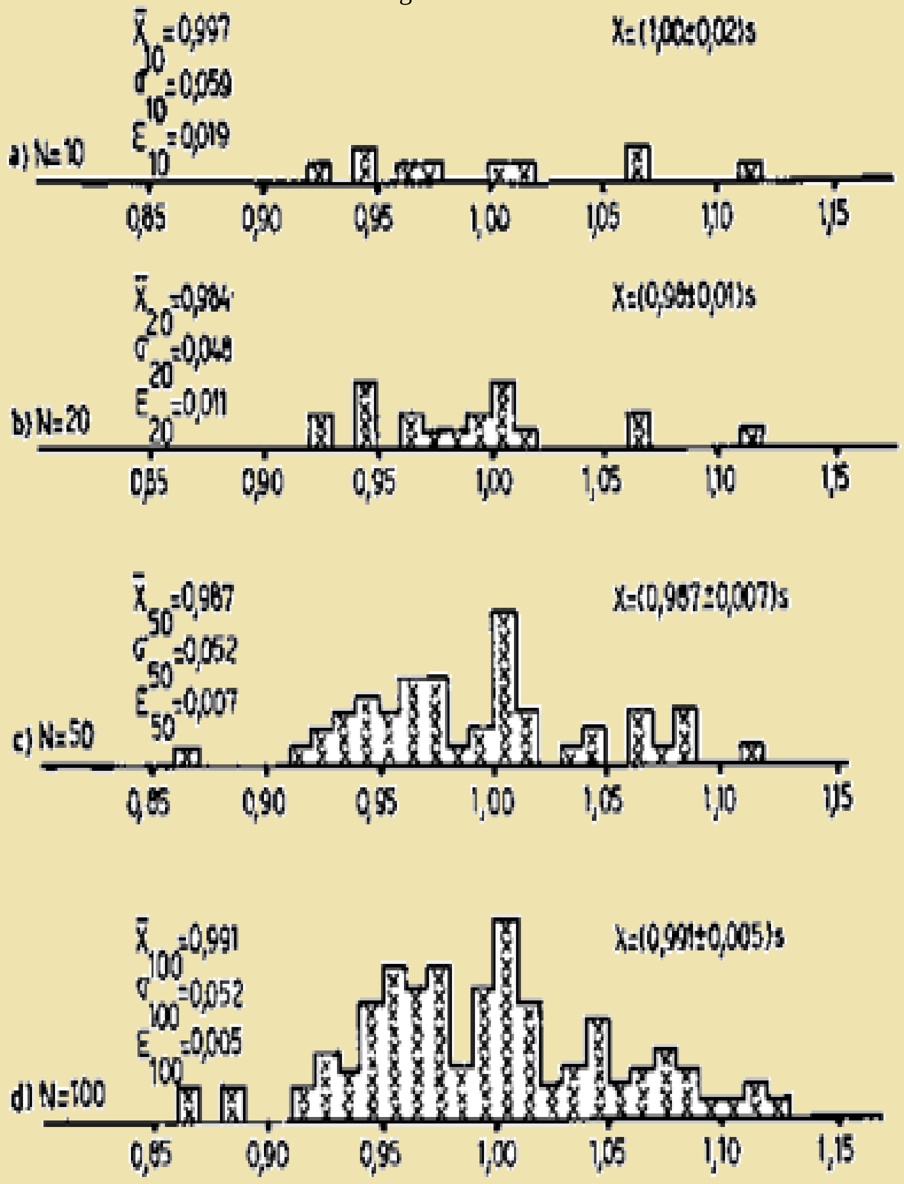
Por tanto, una idealización 'como el "verdadero valor" no nos interesa. Sí nos interesa el valor obtenido en una medición determinada; y a éste lo compararemos con otros valores de la misma cantidad obtenidos por otros observadores en otras mediciones, para entonces examinar coincidencias y divergencias, precisiones e incertidumbres.

Yéndonos a un extremo, digamos que en los laboratorios de investigación de todo el mundo continuamente se analizan los valores de cantidades de interés general, como por ejemplo constantes universales (velocidad de la luz, carga del electrón, etc.) o unidades fundamentales (el metro, el segundo, etc.), para evaluarlas y para examinar posibles mejoras y llevarlas adelante.

10. EL HISTOGRAMA DE UNA MEDICION

Si uno mide unas pocas veces una misma cantidad (unas 5 ó 10 veces) el resultado puede ser desconcertante: las lecturas X, no son todas iguales, sólo algunas se repiten.

Fig.3



Si las anotamos sobre un eje X, mareando con una cruz el intervalo (Xi - ΔX/2; Xi + ΔX/2) cada vez que una lectura pertenece a él, se obtiene una representación de la frecuencia con que han aparecido las diferentes lecturas, como muestra la figura 3. En ella hemos representado las primeras 10 lecturas de la medición del segundo sidéreo, realizada por nosotros en el Observatorio Astronómico de Córdoba con un cronógrafo, tomando como unidad el segundo solar medio, con una apreciación ΔX = 0,01s.

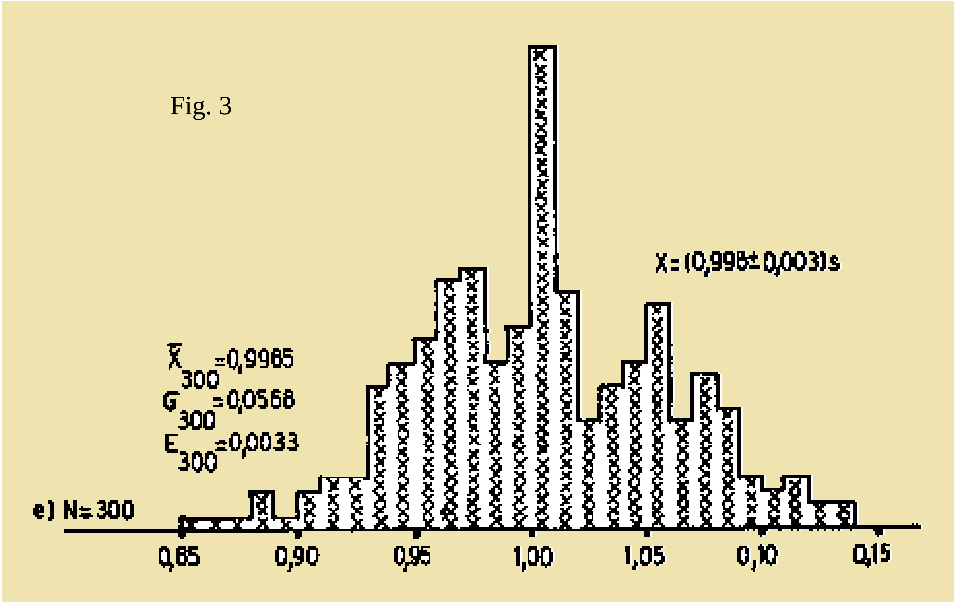


Fig. 3

Cada vez que el observador leyó, el aparato de medición informó que el valor del segundo sidéreo estaba en un intervalo (Xi - 0,005s; Xi + 0,005s).

Obsérvese que: 1) sólo algunas lecturas se han repetido: dos veces la lectura 0,94s; dos veces la 1,06s, la 0,96s; etc.

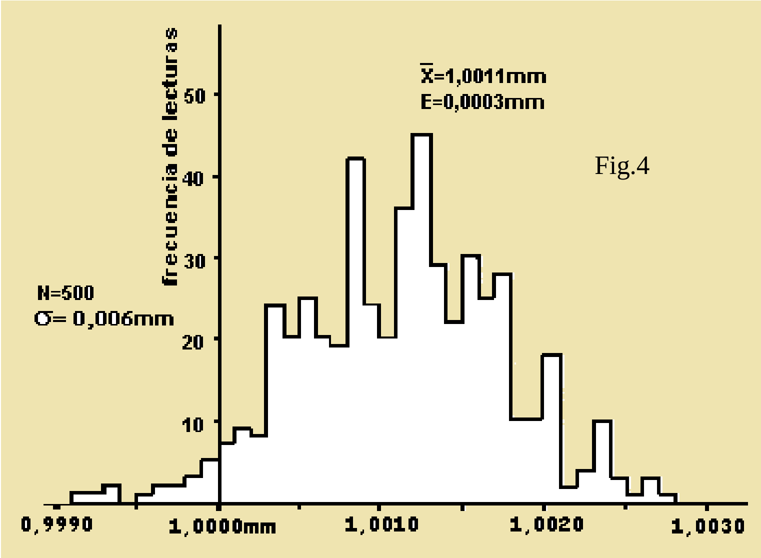
2) algunos intervalos tienen un extremo común, y otros no lo tienen.

¿Cómo manejar esta información? El principiante puede desorientarse la primera vez que enfrente una situación como ésta; sin embargo, el problema tiene solución y es muy interesante.

Lo primero es seguir midiendo, para obtener mayor información sobre el comportamiento de las lecturas y su distribución. Así lo hicimos nosotros, con los resultados que muestran las figuras, llamadas histogramas. Como se ve, a medida que crece el número de lecturas, el histograma va tomando una forma definida, como de una campana.

(Fig. 3) Cómo el histograma va tomando forma: a) 10 lecturas; b) 20 lecturas; c) 50 lecturas; d) 100 lecturas; e) 300 lecturas.

Pero lo interesante e informativo es que lo que ha ocurrido en esta, nuestra medición del segundo sidéreo, ocurre en toda medición.



Para presentar otro ejemplo en este texto, medimos en el Laboratorio de Metrología de la Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales de la Universidad de Córdoba, 500 veces la longitud de una división de una regla con un comparador con ΔX = 0,0001mm, con lo que obtuvimos el histograma de la figura 4. Y observe el lector la forma del histograma de la figura 5, correspondiente a la medición de la velocidad de una estrella. Esto significa que la forma de campana de los histogramas es una CLAVE para resolver nuestro problema de cómo expresar el resultado de una medición, pues revela algo esencial, común a todas las mediciones, sea cual fuere la cantidad medida

(Fig. 4) Histograma de la medición de la longitud de una división de una regla de medir.

11. EL VALOR DE LA CANTIDAD MEDIDA

Al analizar la información contenida en un histograma se hace plausible:

1) trazar una suave curva continua que "lime las asperezas" (entrantes y salientes) del histograma.

2) aceptar como valor de la cantidad medida el correspondiente al máximo de la curva.

Por otra parte, si se calcula el promedio de todas las lecturas, se comprueba que prácticamente coincide con el valor donde la curva tiene su máximo.

Por tanto, convenimos en considerar al promedio obtenido en nuestra medición como el valor de la cantidad medida.

Pero el problema de dar forma comunicable al resultado de nuestra medición no termina aún. Efectivamente: sabemos que ninguna medición es exacta, todas tienen un intervalo de intra medición ¿Cómo se lo calcula? Es natural predecir que ha de estar vinculado con la calidad del proceso de medición que hemos desarrollado. Veamos, pues, cómo valorar este proceso.

12. UNA VALORACION DEL PROCESO DE MEDICION

¿Cómo valorar la calidad de todo el sistema de medición operado por un experimentador que ha repetido N veces la operación, obteniendo las lecturas Xi (i = 1, 2, 3,…N)? Una respuesta podría ser: la calidad será tanto mejor cuanto más parecidas sean entre sí las lecturas Xi, y más parecidas, en consecuencia, al valor medio X. Dicho de otra manera: la calidad de la medición será tanto mejor cuanto menor sea el intervalo de incerteza asociado a ella. Pero... ¿cómo definir este intervalo de incerteza? Para desarrollar esta idea definamos desviación de una lectura:

12.1 LA DESVIACION DE UNA LECTURA.

La desviación de una lectura es la diferencia entre esa lectura y el valor medio.

$$xi = Xi - \bar{X}$$

A primera vista, podría pensarse que la calidad será tanto mejor cuanto menor sea la suma de todas las Xi; pero.....

$$\sum(\bar{X} - X) = \sum \bar{X} - \sum Xi = N\bar{X} - N\bar{X} = 0$$

¡Claro! El promedio, ¡por ser promedio!, hace que la suma de las xi positivas sean igual a la de las xi negativas; y así, la suma total es siempre nula.

Pues entonces, si el signo impide llegar a una expresión de la calidad, eliminémoslo.

Una forma es considerar $|xi|$; otra, es considerar xi^2.

12.2 EL ERROR MEDIO CUADRATICO DE LAS LECTURAS

Elegimos esta última, y ensayamos: $\mathbf{\Sigma xi^2}$ es pequeña, la calidad es buena. Pero enseguida se advierte que puede darse el caso de resultar grande una suma por ser grande el número N de sumandos xi^2, siendo pequeño cada sumando.

Ese inconveniente se subsana dividiendo la suma por N

$$\frac{\sum_{i=1} xi^2}{N}$$

Queda aún otro inconveniente, aunque pequeña: la unidad de la expresión anterior es el cuadrado de la unidad de la cantidad que se mide. La eliminación de ese inconveniente es sencilla: se extrae la raíz cuadrada:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum\limits_{i=1} xi^2}{N}}$$

Este es el número que usaremos para expresar la calidad del sistema de medición.

Lo llamaremos **error medio cuadrático de las lecturas**.

12.3 LA CALIDAD DE LA MEDICION Y EL ANCHO DEL HISTOGRAMA

Si se observan las posiciones $\bar{X}-\sigma$ y $\bar{X}+\sigma$ se advierte que ellas corresponden a los puntos de inflexión de la curva correspondiente al histograma ; o sea, donde la curva tiene su máxima pendiente. Asociaremos el intervalo (-σ ; +σ) al ancho del histograma o de la curva. Pero éste no es el intervalo de incerteza asociado a la medición.

Por razones que damos más adelante dicho intervalo está definido por el error medio cuadrático del promedio E, que se define así:

$$E = \sqrt{\frac{\sigma}{N}}$$

13. LA EXPRESION DE UNA MEDICION

En la búsqueda de una forma para expresar el resultado de nuestra medición han aparecido, entonces, tres números importantes:

1) el promedio X, que es el valor que nuestra medición atribuye a la cantidad medida;

2) el error medio cuadrático de las lecturas, u, que es una medida de la calidad del sistema de medición y del operador;

3)el error medio cuadrático del promedio, E, con el cual definimos el intervalo de incerteza asociado a nuestra medición.

Con el primero y el $X = \bar{X} \pm E$ tercero expresaremos el resultado de nuestra medición:

Más adelante justificaremos esta decisión.

13.1 OBSERVACION

Si bien hemos llegado a estas conclusiones como consecuencia de analizar mediciones con muchas lecturas, usaremos sus resultados en mediciones con pocas lecturas (N = 5 ó 10). Esta decisión no es arbitraria, y también la justificaremos más adelante.

13.2 EJEMPLO 1

Con un calibre se ha medido 10 veces una longitud.

Elaboramos las Xi como se muestra:

i	X_i (mm)	x_i (mm)	x_i^2 (mm^2)
1	12,6	—0,07	0,0049
2	12,6	—0,07	0,0049
3	12,5	0,03	0,0009
4	12,5	0,03	0,0009
5	12,6	—0,07	0,0049
6	12,4	0,13	0,0169
7	12,5	0,03	0,0009
8	12,5	0,03	0,0009
9	12,6	—0,07	0,0049
N = 10	12,5	0,03	0,0009
	$\Sigma X_i = 125,3$	$\Sigma x_i = 0$	$\Sigma x_i^2 = 0,0410$

$\overline{X} = 12,53$ mm

$$\Sigma x_i^2 / N = 0,0041$$

$$\sigma = 0,064 \text{ mm}$$

$$E = 0,064 / \sqrt{10} \cong 0,02 \text{ mm}$$

El resultado de la medición es, pues:

$$X = 12,53 \text{ mm} \pm 0,02 \text{ mm}$$

i) Observación: En general conservaremos sólo una cifra significativa para expresar E. Sin embargo, en muchos trabajos científicos suele expresarse E con dos cifras significativas.

ii) Observación: El valor de la cantidad incluye una cifra: el 3 de las centésimas que resulta del cálculo de errores; y es una cifra más que las de las lecturas, que sólo llegan hasta los décimos.

iii) Observación: Compárese la apreciación o la estimación ΔX con el error medio del promedio, E.

$\Delta X = 0,1$mm; $E = 0,02$mm; En este caso $\Delta X > E$.

13.3 EJEMPLO 2

Medición de la velocidad radial de la estrella β Crucis, realizada por el Dr. Luis Milone, astrónomo del Observatorio Astronómico de Córdoba. Estimación de las lecturas: ΔX= 1km/s. (En la tabla: $x_i = X_i - \bar{x}$).

El correspondiente histograma está en la figura 5,

El promedio es $\bar{x}$ = + 10km/s. El error medio cuadrático de las lecturas es: σ = 18km/s;

i	X_i	x_i	x_i^2
1	+46	+36	1296
2	+24	+14	196
3	+29	+19	361
4	— 7	—17	289
5	+ 3	— 7	49
6	+15	+ 5	25
7	+27	+17	289
8	+15	+ 5	25
9	— 3	—13	169
10	— 5	—15	225
	+35	+25	625
	+18	+ 8	64
	+36	+26	676
	+12	+ 2	4
15	—10	—20	400
	+ 2	— 8	64
	— 2	—12	144
	— 8	—18	324
	— 3	—13	169
20	— 8	—18	324
	+ 8	— 2	4
	— 8	—18	324
	—13	—23	529
	—34	—44	1936
25	+14	+ 4	16

i	X_i	x_i	x_i^2
	+10	0	0
	0	—10	100
	+ 3	— 7	49
	+27	+17	289
30	+19	+ 9	81
	+27	+17	289
	+17	+ 7	49
	+ 2	— 8	64
	+ 9	— 1	1
35	+14	+ 4	16
	+ 8	— 2	4
	+38	+28	784
	+49	+39	1521
	+25	+15	225
40	+15	+ 5	25
	+11	+ 1	1
	— 9	—19	361
	+ 9	— 1	1
	+32	+22	484
45	—14	—24	576
	—15	—25	625
	—25	—35	1225
	+57	+47	2209
	+22	+12	144
50	+ 9	— 1	1

i	X_i	x_i	x_i^2
	—23	—33	1089
	+20	+10	100
	+28	+18	324
	+22	+12	144
55	+20	+10	100
	+16	+ 6	36
	+19	+ 9	81
	+17	+ 7	49
	+31	+21	441
60	+ 8	— 2	4

i	X_i	x_i	x_i^2
	— 4	—14	196
	+ 7	— 3	9
	— 6	—16	256
	—14	—24	576
65	+14	+ 4	16
	+14	+ 4	16
	+20	+10	100
	+ 3	— 7	49
	+ 5	— 5	25
70	—17	—27	729

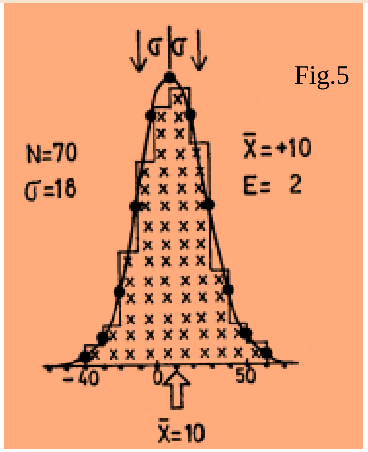


Fig.5

El error medio cuadrático del promedio es: E = 2km/s;

El resultado de la medición de la velocidad radial es:

$$X = 10\text{km/s} \pm 2\text{ km/s}$$

i) Observación: compárese la estimación de las lecturas, con su error medio cuadrático y con el error medio cuadrático del promedio:

ΔX = 1km/s; σ= 18km/s; E = 2km/s;

$\Delta X < E < \sigma$

13.4 EJEMPLO 3

Con un sacarímetro medimos la rotación del plano de polarización de la luz que atraviesa una solución de azúcar en agua con una estimación ΔX = 0,05° (de ahí que las lecturas terminen en O ó en 5). No transcribimos aquí la tabla con las 90 lecturas realizadas, elaborando las cuales obtuvimos:

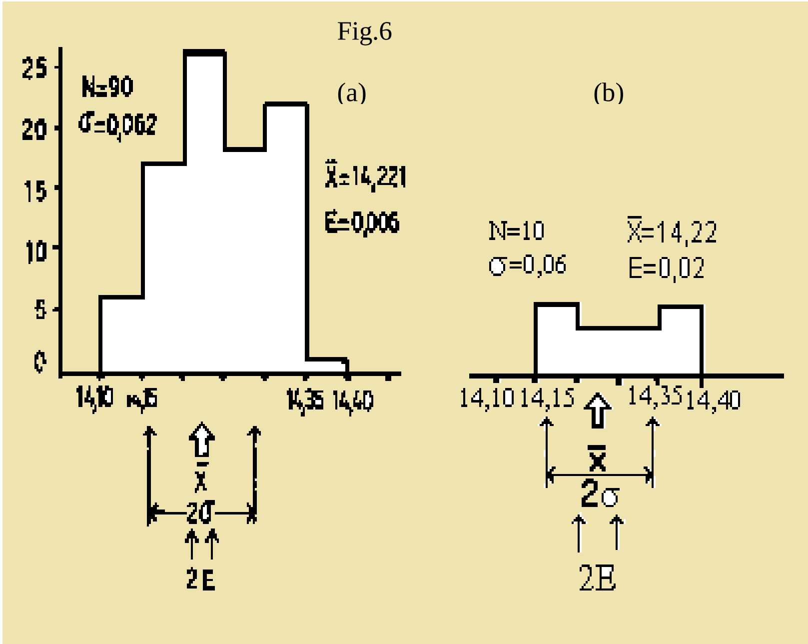
El promedio: $\overline{x}$ = 14,2206°

El error medio cuadrático de las lecturas: σ = 0,0619°

El error medio cuadrático del promedio: E = 0,0065°

Expresando E con una sola cifra significativa, el resultado de la medición es:

X= $\overline{x}$ ± E = 14,221° ± 0,006°



El histograma de la medición es el de la figura 6 a.

(Fig.6) El histograma de nuestra medición de la rotación del plano de polarización de la luz al atravesar una solución de azúcar en agua. En a) está el correspondiente a 90 lecturas; en b), el de sólo 10 de aquéllas, elegidas al azar. Lejos está este histograma de parecer una "campana'; sin embargo, calculamos como si fuera una campana.

13.5 UNA MUESTRA PARCIAL

Generalmente no se toman tantas lecturas como las 90 que tomamos nosotros para este ejemplo: otras veces, no es posible tomarlas. Extrajimos al azar 10 de entre las 90 lecturas, y las elaboramos en una tabla como la siguiente:

i	X_i	$(X_i - \bar{X})$	$(X_i - \bar{X})^2$	i	X_i	$(X_i - \bar{X})$	$(X_i - \bar{X})^2$
1	14,30			6	14,15		
2	14,25			7	14,20		
3	14,25			8	14,30		
4	14,15			9	14,15		
5	14,30			10	14,20		

Dejamos a cargo del lector el ejercicio de completar el cuadro. Nuestros resultados son :

$\bar{x}$ = 14,225°

σ = 0,060°

E = 0,019°

El resultado de esta medición, expresando E con una sola cifra significativa, es :

X= $\bar{x}$ ± E = 14,22° ± 0,02°

El histograma correspondiente a este conjunto parcial es el de la figura 6 b.

Obsérvese que, aún cuando las formas de los dos histogramas, 6a y 6b, son diferentes, los promedios y los errores cuadráticos medios de las lecturas son muy parecidos.

Es decir que con sólo 10 lecturas ya se obtiene una información valiosa, que justifica trabajar con pocas lecturas. Los errores E_{10} y E_{90} sí son distintos, por su definición.

Desde el punto de vista de la ley de distribución estadística seguida por las lecturas, es posible interpretar que las 10 lecturas son una "muestra", parte de un conjunto mayor, Así, el significado de $\bar{x}$ de σ y de **E** será el mismo que en la teoría de Gauss, que estudiaremos en el cuaderno siguiente.