Cuadernos de Clase

Difracción Nº 1

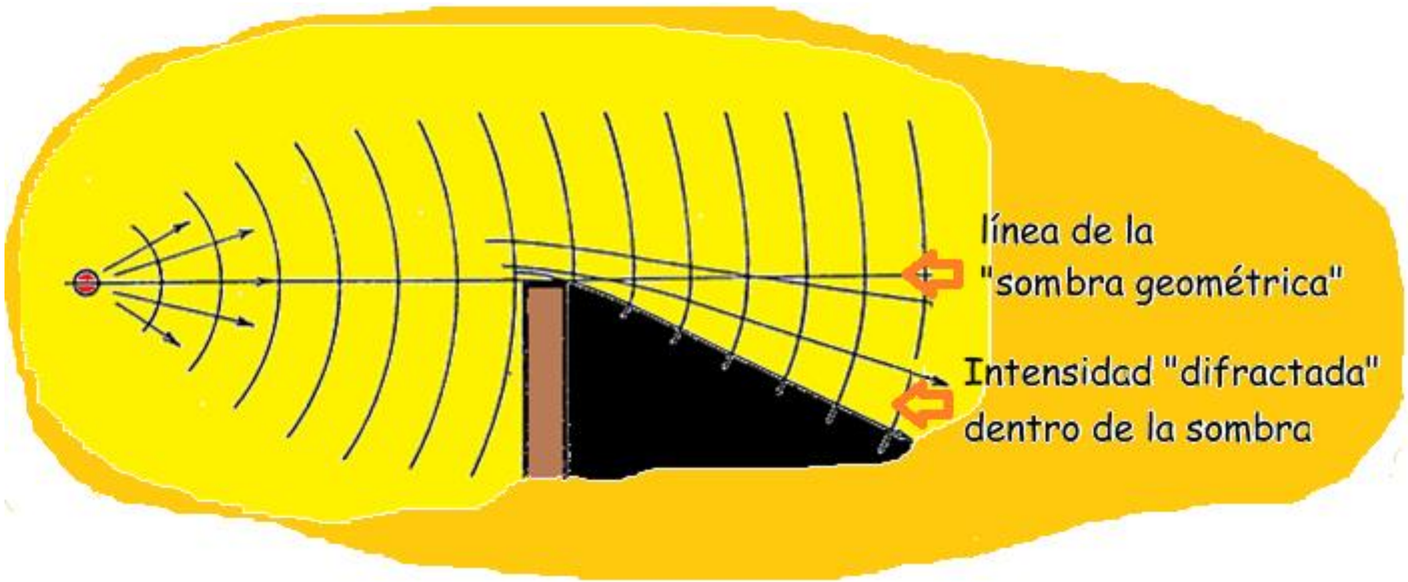
EL PRINCIPIO DE HUYGENS

Física 2016 -FCN

Dr. Horacio Rodríguez

DIFRACCIÓN

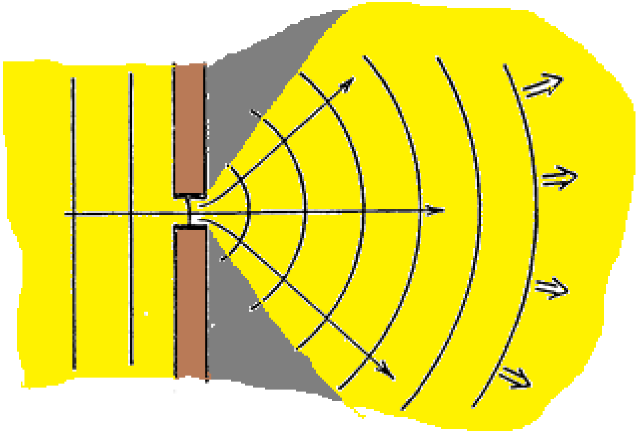
En una descripción inicial, podemos decir que se llama así al proceso por el cual las ondas se desvían al pasar cerca del borde de los objetos. (Más adelante daremos una definición un poco distinta, para complementar ésta).



Es un fenómeno que se acentúa (o cuyos efectos se acentúan) cuando la onda pasa través de una ranura u orificio muy estrecho, y la visualización de este esquema nos permite entender el **PRINCIPIO de HUYGENS:**

"El avance de una onda puede explicarse imaginando que cada punto alcanzado por una onda es un centro emisor de ondas.

Y así, cada frente puede imaginarse como la superposición de los efectos irradiados desde todos los puntos de los frentes anteriores".



En el caso dibujado, si nos imaginamos una onda en la superficie del agua, se ve muy claramente que, habiendo suprimido con la pantalla todo el frente de la onda menos una pequeña porción, el agua que oscila en esa porción, dentro de la ranura, debe irradiar hacia la derecha una perturbación que se expande radialmente desde allí.

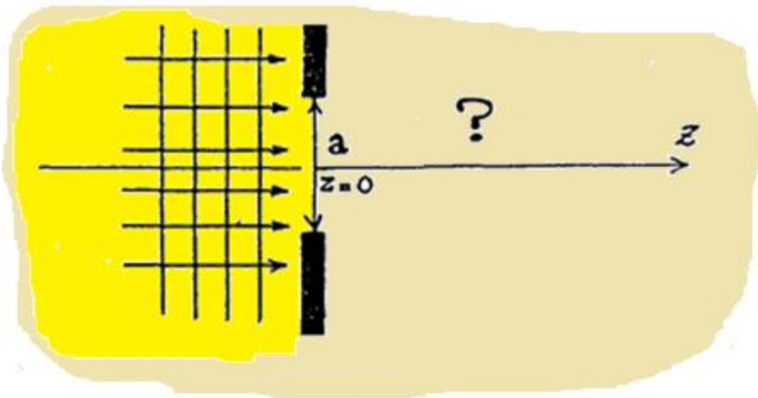
Lo que dice Huygens es que una porción del frente de onda siempre irradia de esa manera, aunque no esté la pantalla obstruyendo, pero que cuando no hay obstrucción, se superponen todas las irradiaciones de todos los puntos para configurar al frente plano, no perturbado.

Trataremos de aplicar esta idea a la determinación de la intensidad difractada por una ranura.

DIFRACCIÓN POR UNA RANURA

Supongamos una pantalla opaca sobre la que se ha practicado Una ranura de ancho a.

La figura muestra un corte de la mismas



Supongamos que desde la izquierda incide un haz con frentes de *onda* planos, paralelos a la pantalla. Los correspondientes rayos, indicadores de la dirección de viaje, son paralelos al eje el cual se ha elegido perpendicular a la pantalla.

NOTA Esta suposición simplificadora: frentes incidentes planos, es lo que se denomina aproximación de FRAUNHOFER y corresponde a la fuente emisora lejana, tanto que pueda considerarse una fuente puntual en el infinito.

El caso más general, con fuente próxima, es el tratamiento de FRESNEL, notablemente más complicado, que no estudiaremos aquí.

Y, por otro lado, el hecho de que los rayos sean exactamente paralelos a Z, se debe a que estamos pensando en una fuente luminosa puntual muy lejana, situada exactamente sobre el eje Z. (Todo lo que digamos, se adapta con sencillez al caso más real en el cual la fuente está fuera del eje: sólo hay que pensar en que la pantalla está inclinada con respecto a la dirección de marcha de los rayos. Para pequeñas inclinaciones, no se alteran las <u>conclusiones</u> que vamos a obtener.)

Colocaremos el origen del eje Z en el piano da la pantalla.

La onda incidente, es una onda de campo electromagnético cuyas funciones de onda, podrían ser, por ejemplo:

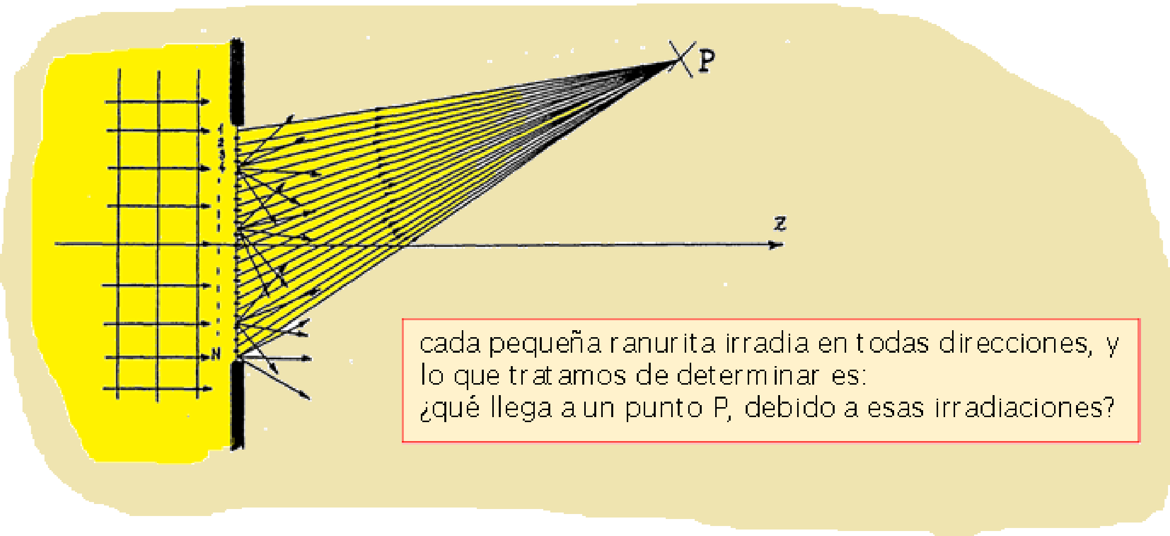
$y(z,t) = y_o \cos(wt-kz)$; con $w/k=c$ (velocidad de la luz)

donde esta función podría representar tanto al campo eléctrico como al magnético:

$E = E_o \cos(wt-kz)$ o bien $B = B_o \cos(wt-kz)$

y en cualquiera de ellas, la sustitución $Z = O$, nos dará los campos en la ranura:

$y = y_o \cos wt$



Ahora bien, para hallar los campos del lado derecho de la ranura, lo que haremos será subdividirla en N pequeñas ranuritas, cada una de las cuales será considerada como un centro irradiador de ondas hacia la derecha:

Diremos que lo que llega a un punto P cualquiera, es el resultado de sumar todas las contribuciones provenientes de cada una de las ranuritas.

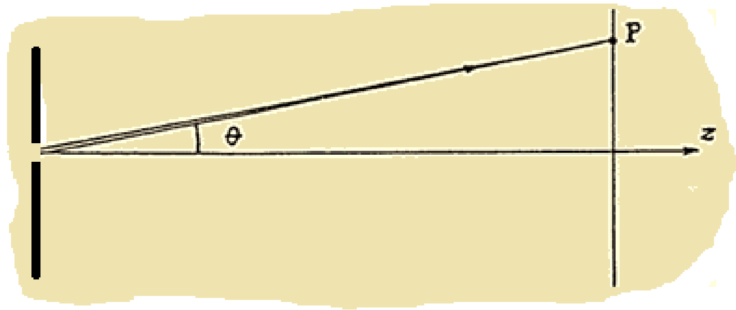
Ahora bien, a la energía total que ingresa a la ranura desde la izquierda (por unidad de tiempo) la subdividimos entre las N divisiones de la ranura, de modo que cada una tenga una pequeña cantidad de energía, y que la suma de todas las onditas irradiadas hacia la derecha debe dar la onda resultante (cuya forma buscamos); y ésta debe tener distribuida la misma cantidad de energía, en total.

Nuestro problema es saber cómo se distribuye esta energía en el espacio, y para ello debemos tener en cuenta que, como es transportada por medio de ondas, es fundamental conocer la fase de las ondas que deben sumarse en cada punto, pues habrá interferencias que determinarán que la energía vaya hacia unos lugares, y no hacia otros.

Hagamos lo siguiente:

Tratemos de saber cómo se distribuye la energía sobre una pantalla muy lejana.

Para ello consideramos todas las posibles contribuciones a un punto lejano P.



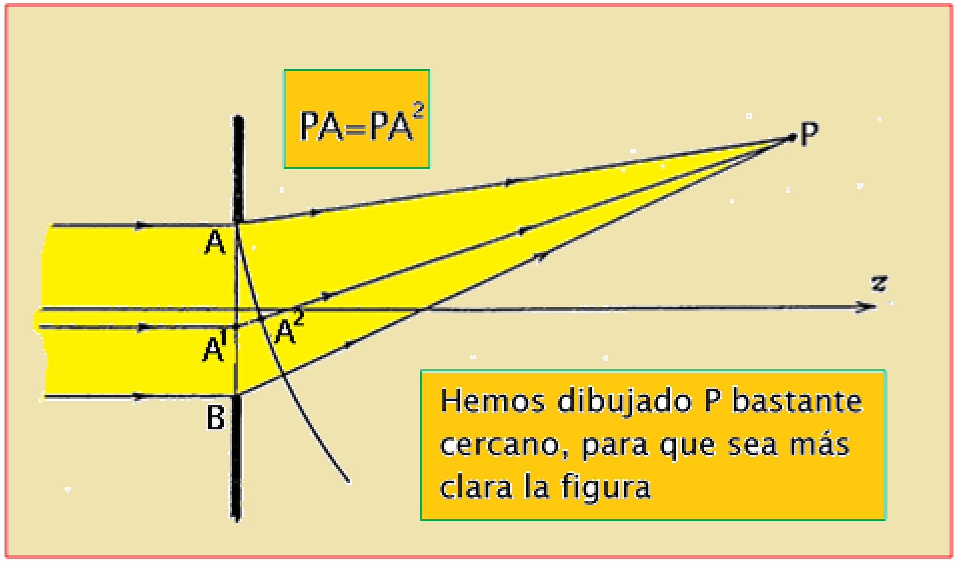
En este punto lejano P, hacemos centro con el compás, y trazamos un arco por el borde más cercano de la ranura (radio PA);

Un rayo cualquiera llega al plano de la ranura, (punto A') y luego es irradiado en todas direcciones a partir de allí (Principio de Huygens). ´

La parte que nos interesa de esta energía, es la que llega a P, a lo largo del camino (rayo) A^1P.

Este camino A^1P, siempre es un poco mayor que AP.

Así, cada porción de la onda recorre (a lo largo de cada rayo), una distancia levemente diferente hasta llegar a P:



* todos recorren la misma distancia hasta llegar al plano de la ranura, dado que hablamos de un PUNTO EMISOR en el eje Z, muy lejos, y que la pantalla es perpendicular a Z (por eso llegan "en fase" a la ranura).

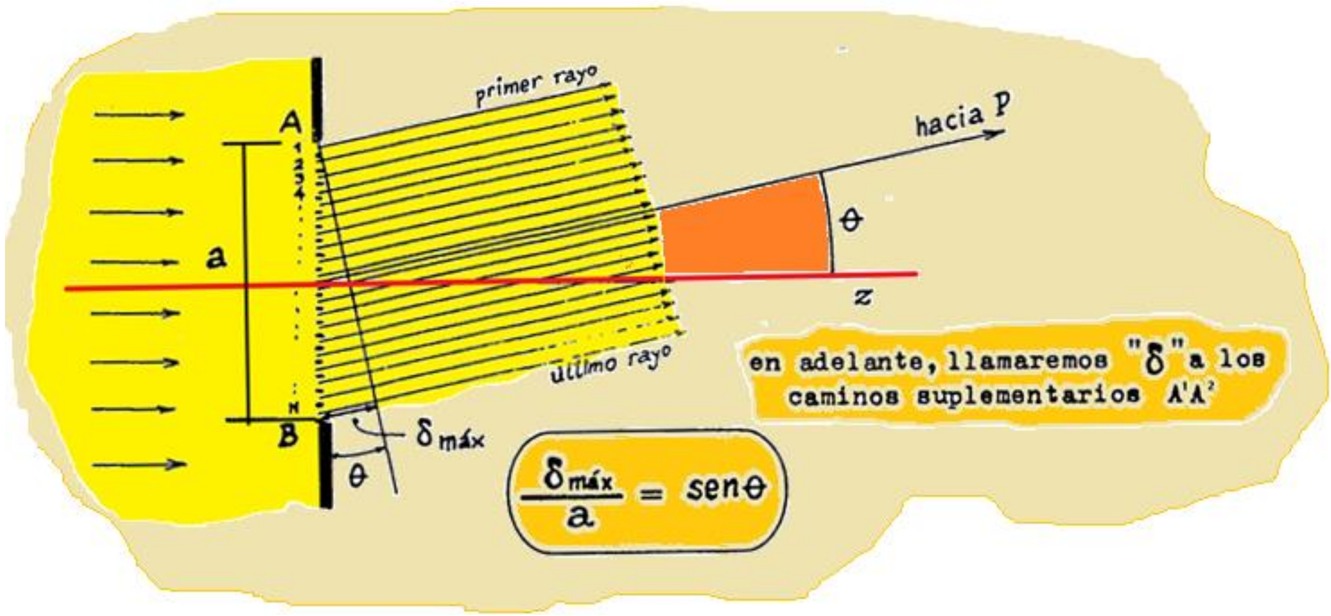
*todos recorren luego $A^1P = A\ A^2 + A^2\ P$; donde A^2P es igual para todos, y A^1A^2 va aumentando gradualmente para cada porción de ranura, desde A, hasta B.

Lo importante para saber cómo se van a encontrar todas las contribuciones en P, es saber si los "atrasos", A^1 A^2, de cada rayo con respecto al AP son significativos o no.

Y para ello debemos compararlos con, es decir la distancia en la cual la fase cambia completamente. Y la clave de este análisis está en que, si la ranura es angosta, entonces A'A'' es muy pequeño, pero hablamos de una onda con más pequeño aún.

Para que el análisis sea más simple, no nos interesamos por los toe P cercanos, sino por los muy lejanos.

Si p es muy lejano, entonces todos los rayos desde la ranura hacia P se hacen paralelos, y nuestro arco de circunferencia se transforma en una recta perpendicular a estos rayos como muestra la figura:



Comparando con el "primer rayo" (AP), a lo largo de la dirección (cualquiera) vemos que todos los demás rayos recorren un camino óptico extra δi .

El último rayo, en particular, recorre un camino extra: $\delta n - \delta i \cong \delta max = a.sen\theta$ de modo que los rayos que viajan hacia P corresponden a ondas desfasadas entre sí en una distancia que varía desde cero, hasta $\delta max = a.sen\theta$

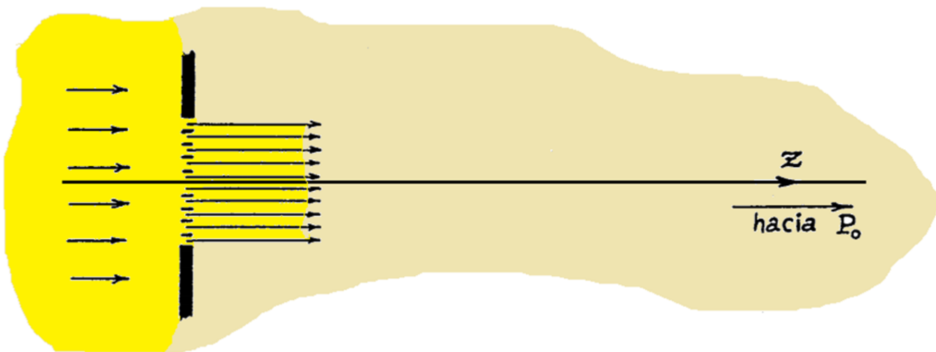
Todas las subdivisiones de la ranura son iguales entre sí, de modo que todas las onditas que se superponen son de la misma amplitud; por lo cual, si hubiera dos de ellas cuyos caminos ópticos extras difirieran en $\lambda/2$: $\delta j - \delta i = \lambda/2$, entonces el resultado de su suma seria **nulo** en todo instante.

Esto nos da una pauta para evaluar cualitativamente la amplitud del resultado en P.

Para ello consideremos los siguientes casos:

1) $\theta=0$ **(Psobre el eje z)**

ninguna onda se desfasa en nada. La superposición es totalmente constructiva en P_o.



2) El caso clave para el razonamiento: $\delta max = \lambda$

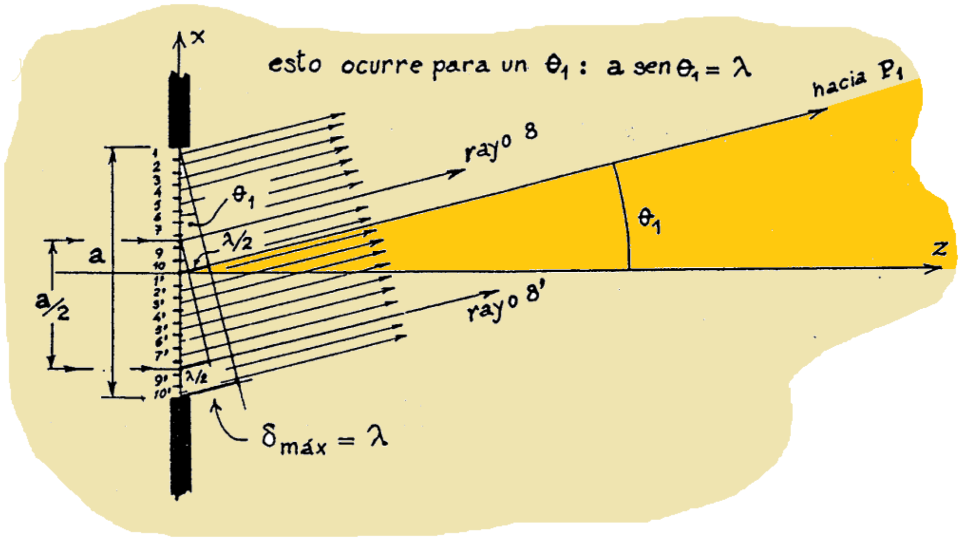
en este caso, para cada rayo habrá uno con la fase opuesta, puesto que el camino extra del rayo medio es $\lambda/2$.

Y así, entre la mitad superior y la inferior de la ranura podremos establecer una correspondencia tal que:

*El primer rayo de la mitad inferior está atrasado $\lambda/2$ con respecto al primero de la superior.

*El segundo de la mitad inferior está atrasado $\lambda/2$ con respecto al segundo de la superior.

*El último de abajo atrasa $\lambda/2$ respecto del último de arriba.



<u>Conclusión: todas nuestras onditas se destruyen en la dirección. No hay energía viajando exactamente en esa dirección θ_1</u>

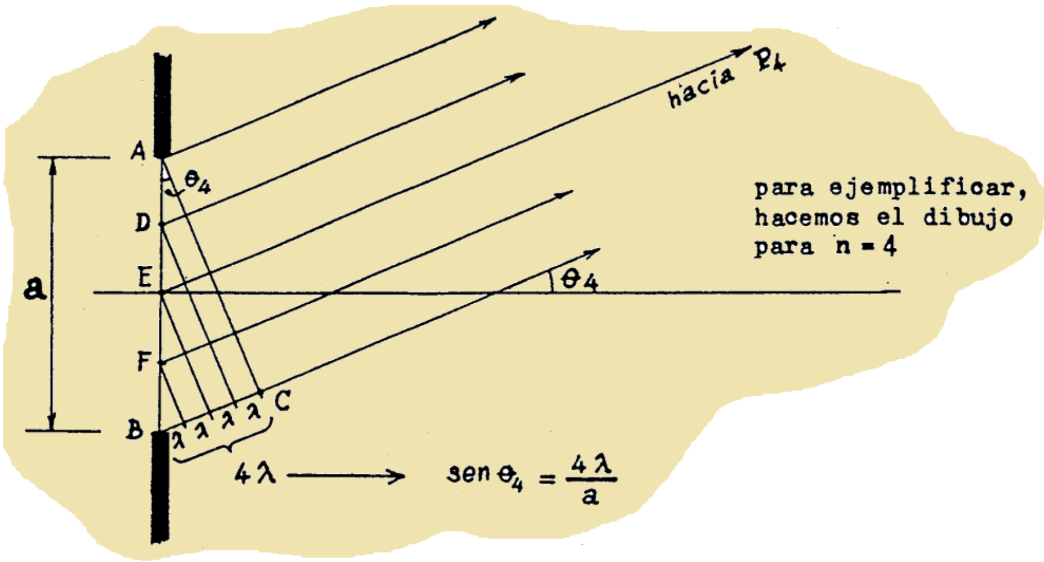
Y para $\theta < \theta_1$ no hay forma de que todas las contribuciones se anulen.

2-1) Todo lo que hemos dicho y todo lo que diremos, dibujando θ hacia arriba, TAMBIÉN VALE dibujando θ hacia ABAJO, simétricamente.

Es decir, la distribución de intensidad sobre la pantalla, será SIMÉTRICA con respecto a la línea central $\theta = 0$.

3) Cualquier otro caso se deduce de éste, con los siguientes trucos geométricos:

3.1) Supongamos el caso en que: $\delta max = n\lambda$; con n = entero



Si trazamos paralelas a *AC*, separadas por una distancia X. *cada* una de eu vecina, habremos subdividido la ranura en n partes iguales (4 en es te caso), y podemos pensar en n ranuras de ancho a/4 (en este caso: AD, DE, EFy FB, una al lado de otra).

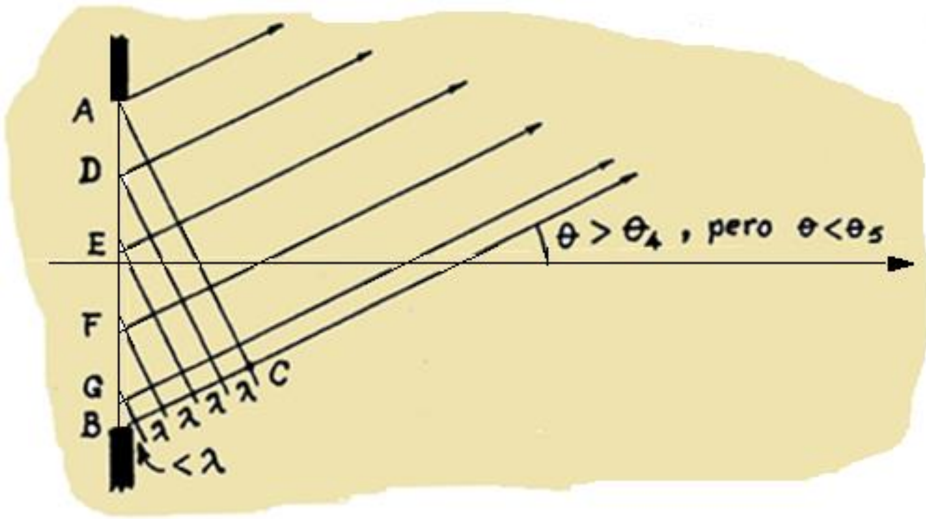
Pero NINGUNA de estas "ranuras parciales" irradia nada en esta dirección considerada, puesto que cada una de ellas está en la condición del punto 2: $\delta max = \lambda$

Por lo tanto, hay interferencia totalmente destructiva, o sea, no hay energía viajando, en las direcciones dadas exactamente por la condición:

$$\boxed{\text{sen}\,\theta_n = n\frac{\lambda}{a} \qquad \text{(direcciones "nodales")}}$$

3.2) Supongamos que $\delta max \neq \lambda$, es decir, δmax está entre $n\lambda$ y $(n+1)\lambda$, para algún n entero.

Hagamos el ejemplo con n=4, con respecto al caso anterior, supongamos que observamos entre θ_4 y θ_5: Repitiendo la construcción anterior, tenemos 4 "subranuras" AD, DE, EF y FG que no irradian nada en esta dirección, y un trocito *GB* que no al canea a cumplir la condición, y en el cual, por lo tanto, no todos los rayos se cancelan.



Habrá energía "emitida" en esta dirección, pero no podrá ser mayor que lo que aporta 1/5 de ranura:

Es más, si GB se acerca a "$a/5$" nos acercamos a la condición

$\theta = \theta_5 = 5\lambda/a$; por lo tanto más favorable para que haya ondas que no se cancelen es que en la "subranura GB", y δ_{max} no llegue a $\lambda/2$.

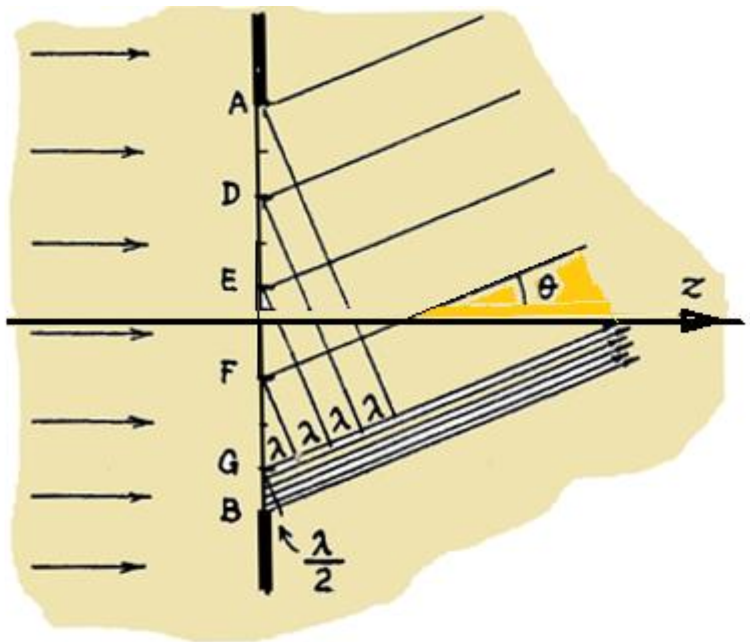
Para ello deberá ser: $GB \cong a/9$

Entonces:

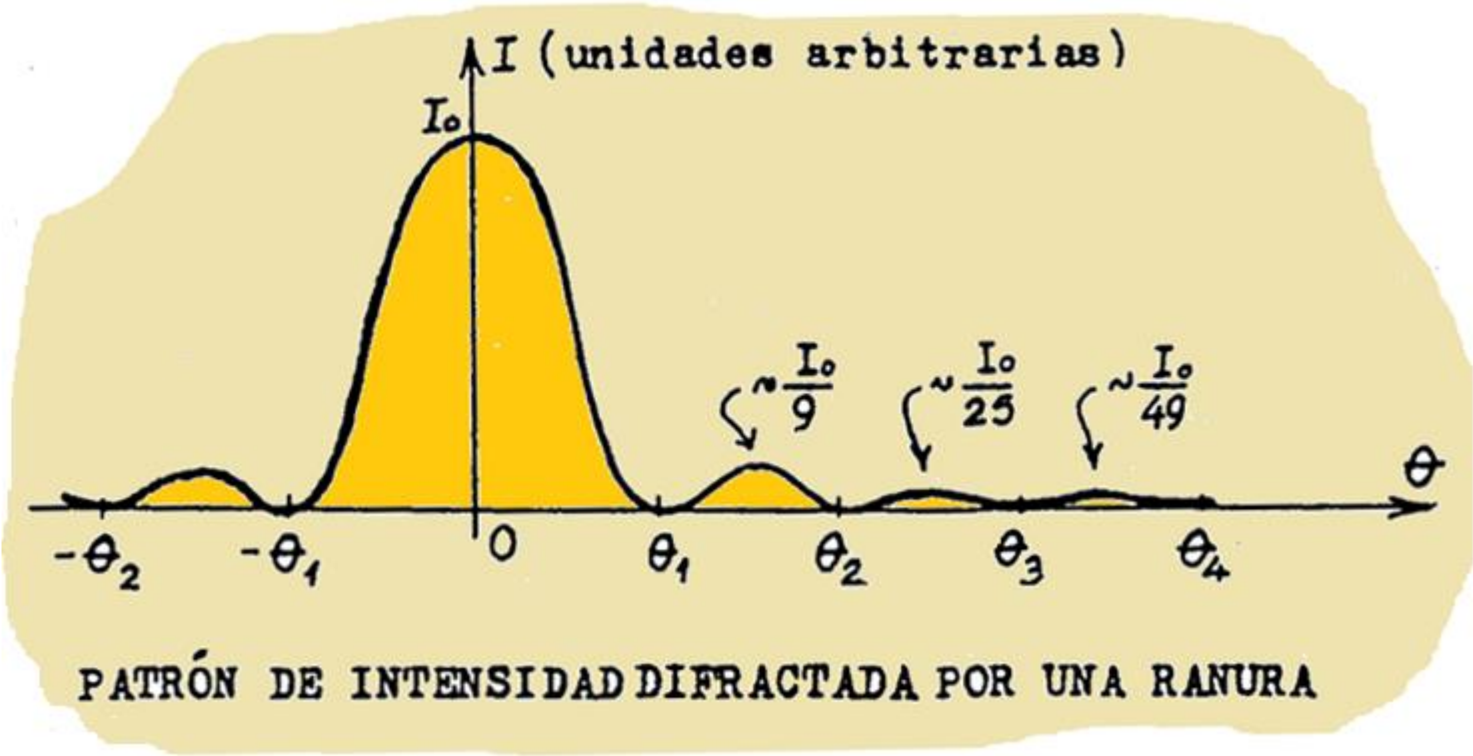
(campos de la onda que resulta en esta dirección) < 1/9 de los campos en la dirección $\theta o = 0$

Como la intensidad de la luz es proporcional a la densidad de energía transportada por la onda, y la densidad de energía es proporcional al cuadrado de los campos, entonces la intensidad luminosa en esta dirección sería ≤ $(1/9)^2$ de la intensidad en la dirección θ**o**, (eje Z).

Según estas ideas $(1/9)^2 Io$ constituye una cota máxima de la intensidad de la onda emitida en esa dirección.



La cuenta podría ser hecha de manera precisa, pero no viene al caso.



Sólo interesa que quede claro que a medida que aumenta θ , disminuye fuertemente la intensidad "difractada".

Esto constituye el patrón de difracción (o "patrón de interferencia y difracción de una ranura" es imposible separar totalmente la difracción de la interferencia), y tiene el aspecto de una serie de franjas de aproximadamente el mismo ancho, de intensidad cada vez más débil a medida que nos apartamos del máximo central; el cual es de ancho doble.

Debe tenerse en cuenta que en cualquier caso práctico (para la luz), $a >> \lambda$; por lo cual: $\theta \cong \text{sen}\theta \cong \text{tg}\theta$, para valores de θ dentro del rango en el cual la intensidad difractada es perceptible.